Lycée Les 3 Sources **Bourg-Lès-Valence**

Mathématiques 2^{de} Année **2025-26**

Autotest n°1 – Correction

Exercice 1 : Revoir Fiche rappels

Exercice 2 : Calculer chaque expression et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $A = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{15}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$ 2) $B = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{8} - 1\right)$ 3) $C = \dfrac{-\frac{9}{4} \times \frac{5}{9}}{1 - \frac{7}{12}}$

Solution :

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{15}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \\
&= \left(\frac{12}{15} - \frac{1}{15}\right) \times \left(\frac{2}{12} + \frac{3}{12}\right) \\
&= \frac{11}{15} \times \frac{5}{12} \\
&= \frac{11 \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5} \times 12} \\
&= \frac{11}{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{8} - 1\right) \\
&= \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{8} - \frac{8}{8}\right) \\
&= \frac{4}{3} \times \left(-\frac{7}{8}\right) \\
&= -\frac{\cancel{4} \times 7}{3 \times \cancel{4} \times 2} \\
&= -\frac{7}{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{-\frac{9}{4} \times \frac{5}{9}}{1 - \frac{7}{12}} \\
&= -\left(\frac{\cancel{9}}{4} \times \frac{5}{\cancel{9}}\right) : \left(1 - \frac{7}{12}\right) \\
&= -\frac{5}{4} : \left(\frac{12}{12} - \frac{7}{12}\right) \\
&= -\frac{5}{4} : \frac{5}{12} \\
&= -\frac{5}{4} \times \frac{12}{5} \\
&= -\frac{\cancel{5} \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{4} \times \cancel{5}} \\
&= -3
\end{aligned}$$

Exercice 3 : Soit $A = \frac{1}{4}\left[(a+b)^2 - (a-b)^2\right]$.

1) Calculer A pour $a = 1$ et $b = 5$.

Solution : On calcule :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{4}\left[(1+5)^2 - (1-5)^2\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[6^2 - (-4)^2\right] \\
&= \frac{1}{4}[36 - 16] \\
&= \frac{20}{4} \\
&= 5
\end{aligned}$$

2) Calculer A pour $a = -2$ et $b = -3$.

Solution : On calcule :

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{4}\left[((-2)+(-3))^2-((-2)-(-3))^2\right]\\ &= \frac{1}{4}\left[(-5)^2-(1)^2\right]\\ &= \frac{1}{4}[25-1]\\ &= \frac{24}{4}\\ &= 6\end{aligned}$$

3) Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. À-t-il raison ?
Solution : On simplifie l'expression :

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]\\ &= \frac{1}{4}\left[a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)\right]\\ &= \frac{1}{4}\left[a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2\right]\\ &= \frac{4ab}{4}\\ &= ab\end{aligned}$$

Alex a donc raison.

Exercice 4 : On donne l'expression numérique :

$$A = 2\times10^2+10^1+10^{-1}+2\times10^{-2}$$

1) Donner l'écriture décimale de A.
Solution : On calcule :

$$\begin{aligned}A &= 2\times10^2+10^1+10^{-1}+2\times10^{-2}\\ &= 200+10+0{,}1+0{,}02\\ &= 210{,}12\end{aligned}$$

2) Donner l'écriture scientifique de A.
Solution : $A = 2{,}1012\times10^2$.
3) Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.
Solution : $A = 21012\times10^{-2}$.
4) Écrire A sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.
Solution : $A = 210+\dfrac{12}{100} = 210+\dfrac{3}{25}$.

Exercice 5 : Écrire chacun des nombres suivants sous la forme 3^p où p est un entier relatif.

1) $A = 27\times9^5$

2) $B = \dfrac{81^4\times9^{-2}}{27^{-3}}$

Solution :

$$A = 27 \times 9^5 = 3^3 \times (3^2)^5 = 3^3 \times 3^{10} = 3^{13}$$

$$B = \frac{81^4 \times 9^{-2}}{27^{-3}} = \frac{(3^4)^4 \times (3^2)^{-2}}{(3^3)^{-3}} = \frac{3^{16} \times 3^{-4}}{3^{-9}} = \frac{3^{12}}{3^{-9}} = 3^{21}$$

Exercice 6 : **Vrai ou faux?** Justifier les réponses.

1) Le nombre $A = 2 \times 5^3 \times 11^4$ est un multiple du nombre $B = 5^2 \times 11$.
   Solution : Vrai car $A = 2 \times 5^2 \times 11 \times (5 \times 11^3) = B \times k$ avec $k = 2 \times 5 \times 11^3$.
2) Les nombres $A = 4^{(2^3)}$ et $B = \left(4^2\right)^3$ sont égaux.
   Solution : Faux. Ici $A = 4^8 = 2^{16}$ et $B = [(2^2)^2]^3 = (2^4)^3 = 2^{12}$.

Exercice 7 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

1) $D = \dfrac{2 \times \left(10^{-5}\right)^4 \times 12 \times 10^3}{3 \times 10^8}$ 2) $E = \dfrac{32 \times 10^{-3} \times 5 \times \left(10^2\right)^3}{4 \times 10^{-2}}$

Solution :

$$D = \frac{2 \times \left(10^{-5}\right)^4 \times 12 \times 10^3}{3 \times 10^8} = \frac{2 \times 10^{-20} \times \cancel{3} \times 4 \times 10^3}{\cancel{3} \times 10^8} = \frac{8 \times 10^{-17}}{10^8} = 8 \times 10^{-25}$$

$$E = \frac{32 \times 10^{-3} \times 5 \times \left(10^2\right)^3}{4 \times 10^{-2}} = \frac{8 \times \cancel{4} \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{\cancel{4} \times 10^{-2}} = \frac{40 \times 10^3}{10^{-2}} = 40 \times 10^5 = 4 \times 10^6$$

Exercice 8 : On considère un triangle ABC dont les côtés mesurent : $AB = 4\sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{12}$ et $CA = 4\sqrt{6}$.
Quelle est la nature de ce triangle?

Solution :

$$AB^2 = (4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$$

$$BC^2 = (2\sqrt{12})^2 = 4 \times 12 = 48$$

$$AC^2 = (4\sqrt{6})^2 = 16 \times 6 = 96$$

Ainsi

$$AC^2 = 96 \qquad AB^2 + BC^2 = 48 + 48 = 96$$

Puisque $AB^2 + BC^2 = AC^2$ et $AB = BC$. alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

Exercice 9 : Calculer et simplifier au maximum :

1) $F = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$
2) $G = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$
3) $H = \sqrt{25+144}$
4) $I = \sqrt{25} + \sqrt{144}$

Solution :

$$F = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75} \\ &= \sqrt{4\times 3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{25\times 3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= \sqrt{25+144} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{25} + \sqrt{144} \\ &= 5 + 12 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Exercice 10 : On sait que 6 est un diviseur des nombres a et b.

1) Comment peut-on écrire a et b ?
   Solution : $a = 6k$ et $b = 6k'$, où k et k' sont des entiers.
2) Soit $c = a - b$. Montrer que 6 est un diviseur de c.
   Solution : $c = a - b = 6(k - k')$ avec $k - k'$ entier donc 6 est un diviseur de c.
3) Soit $d = ab$. Montrer que 18 est un diviseur de d.
   Solution : $d = ab = 36kk' = 18 \times 2kk'$ avec $2kk'$ entier donc 18 est un diviseur de d.

Exercice 11 : Montrer que si n est un entier pair, alors l'entier $a = n^2(n+20)$ est un multiple de 8.

Solution : Si n est pair, il existe k entier tel que $n = 2k$.
Alors $a = (2k)^2(2k+20) = 8 \times k^2(k+10)$ avec $k^2(k+10)$ entier, donc a est un multiple de 8.

Exercice 12 : **Vrai ou faux ?** Justifier les réponses.

1) Le nombre $A = 2 \times 5^3 \times 11^4$ est un multiple du nombre $B = 5^2 \times 11$.
   Solution : Vrai car $A = 5^2 \times 11 \times (5 \times 11^3) = B \times k$ avec $k = 5 \times 11^3$.
2) Les nombres $A = 4^{(2^3)}$ et $B = \left(4^2\right)^3$ sont égaux.
   Solution : Faux. Ici $A = 4^8 = 2^{16}$ et $B = [(2^2)^2]^3 = (2^4)^3 = 2^{12}$.