Autotest n°2 – Correction

Revoir DS 1

Exercice 1 : Le triangle ABC est rectangle en A. Dans chacun des cas, calculer la longueur du troisième côté, en justifiant.

a) AB = 42 cm et AC = 40 cm.
b) AB = 45 cm et AC = 600 mm.
c) AB = 28 cm et BC = 53 cm.
d) AB = 33 cm et BC = 6,5 dm.

Solution : Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

a) On a :

$$BC^2 = 42^2 + 40^2 = 3364$$

Donc $BC = \sqrt{3364} = 58$ cm.

b) On remarque que AC = 60 cm. On a :

$$BC^2 = 45^2 + 60^2 = 5625$$

Donc $BC = \sqrt{5625} = 75$ cm.

c) On a :

$$AC^2 = 53^2 - 28^2 = 2025$$

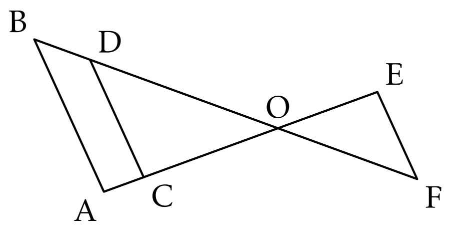
Donc $AC = \sqrt{2025} = 45$ cm.

d) On remarque que BC = 65 cm. On a :

$$AC^2 = 65^2 - 33^2 = 3136$$

Donc $AC = \sqrt{3136} = 56$ cm.

Exercice 2 : On considère la figure ci-contre. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les points A, C, O et E sont alignés, ainsi que B, D, O et F. De plus CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm, CD = 1,8 cm, OF = 2,8 cm et OE = 2 cm.



1) Calculer les longueurs OD et AB.
2) Déterminer si les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Solution :

1) Les droites (AC) et (BD) se coupent en O.
De plus, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB}$$

D'où :

$$\frac{OD}{4,9} = \frac{3}{3,5} = \frac{1,8}{AB}$$

Donc :

$$OD = \frac{4,9 \times 3}{3,5} = 4,2 \text{ cm} \qquad AB = \frac{1,8 \times 3,5}{3} = 2,1 \text{ cm}$$

2) On calcule :

$$\frac{OA}{OE} = \frac{3,5}{2} = 1,75 \qquad \frac{OB}{OF} = \frac{4,9}{2,8} = 1,75$$

Puisque $\frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OF}$, et que A, O et E, ainsi que B, O et F sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Exercice 3 : On considère un triangle ABC rectangle en A. Pour chaque question on s'intéresse à AB, AC, BC et $\widehat{ABC}$. On donne deux de ces valeurs. Calculer les deux autres au dixième de degré ou de centimètre près.

a) $\widehat{ABC} = 37°$ et $AB = 4\,cm$.
b) $\widehat{ABC} = 72°$ et $AC = 35\,cm$.
c) $\widehat{ABC} = 27°$ et $BC = 15\,cm$.
d) $AB = 7\,cm$ et $AC = 5\,cm$.
e) $AB = 15\,cm$ et $BC = 19\,cm$.
f) $AC = 4\,cm$ et $BC = 14\,cm$.

Solution : Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

De plus :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \qquad \sin\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \qquad \tan\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

a) On a :

$$BC = \frac{AB}{\cos\widehat{ABC}} = \frac{4}{\cos 37°} \approx 5{,}0\,cm \qquad AC = AB\tan\widehat{ABC} = 4\tan 37° \approx 3{,}0\,cm$$

b) On a :

$$BC = \frac{AC}{\sin\widehat{ABC}} = \frac{35}{\sin 72°} \approx 36{,}8\,cm \qquad AB = \frac{AC}{\tan\widehat{ABC}} = \frac{35}{\tan 72°} \approx 11{,}4\,cm$$

c) On a :

$$AB = BC\cos\widehat{ABC} = 15\cos 27° \approx 13{,}4\,cm \qquad AC = BC\sin\widehat{ABC} = 15\sin 27° \approx 6{,}8\,cm$$

d) On a :

$$\tan\widehat{ABC} = \frac{5}{7} \text{ donc } \widehat{ABC} \approx 35{,}5° \qquad BC = \sqrt{7^2+5^2} \approx 8{,}6\,cm$$

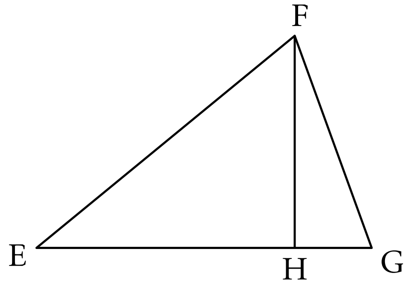
e) On a :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{15}{19} \text{ donc } \widehat{ABC} \approx 37{,}9° \qquad AC = \sqrt{19^2-15^2} \approx 11{,}7\,cm$$

f) On a :

$$\sin\widehat{ABC} = \frac{4}{14} \text{ donc } \widehat{ABC} \approx 16{,}6° \qquad AB = \sqrt{14^2-4^2} \approx 13{,}4\,cm$$

Exercice 4 : Soit EFG un triangle et H un point de [EG] tels que $EH = 17{,}1\,cm$, $HG = 5{,}1\,cm$, $FG = 14{,}9\,cm$ et $FH = 14\,cm$.



1) Montrer que (FH) est la hauteur issue de F dans EFG.
2) Calculer l'aire de EFG.
3) Calculer le périmètre de EFG.

Solution :

1) On compare :

$$FG^2 = 14{,}9^2 = 222{,}01 \qquad FH^2 + HG^2 = 14^2 + 5{,}1^2 = 220{,}01$$

On a donc $FG^2 = FH^2 + HG^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle FHG est rectangle en H.
La droite (FH) est donc la hauteur issue de F dans EFG.

2) On calcule :

$$\mathscr{A} = \frac{EG \times FH}{2} = \frac{(17,1+5,1)\times 14}{2} = 22,2\times 7 = 155,4\,\text{cm}^2$$

3) Il nous manque la longueur de [EF]. Dans le triangle EHF, rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} EF^2 &= EH^2 + FH^2 \\ &= 17,1^2 + 14^2 \\ &= 488,41 \\ EF &= \sqrt{488,41} \\ &= 22,1\,\text{cm} \end{aligned}$$

Le périmètre est donc de :

$$FG + EG + EF = 14,9 + 22,2 + 22,1 = 59,2\,\text{cm}$$