Autotest n°4 – Correction

Inéquations

Exercice 1 : Exercices 1 et 3 page 75

Exercice 2 : Exercice 30 page 78

Exercice 3 : Exercice résolu 4 et 7 page 76

Exercice 4 : Exercices 127, 128, 129, 130, 132 et 133 page 88

Exercice 5 : Exercices 153, 154, 155, 156, 257 et 159 page 89

Exercice 6 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $x-2<-11$
2) $4x+12 \leq -8$
3) $-6-3x<4$
4) $2x \geq 6x-13$
5) $x^2+9x-5>x^2+x+3$
6) $\dfrac{3x+2}{2} \geq -3$

Solution :

1) On résout :

$$x-2<-11 \Leftrightarrow x<-9$$

Donc $\mathcal{S}=]-\infty;-9[$.

2) On résout :

$$4x+12 \leq -8 \Leftrightarrow 4x \leq -20 \Leftrightarrow x \leq -5$$

Donc $\mathcal{S}=]-\infty;-5]$.

3) On résout :

$$-6-3x<4 \Leftrightarrow -3x<10 \Leftrightarrow x>-\frac{10}{3}$$

Donc $\mathcal{S}=\left]-\frac{10}{3};+\infty\right[$.

4) On résout :

$$2x \geq 6x-13 \Leftrightarrow 13 \geq 4x \Leftrightarrow \frac{13}{4} \geq x$$

Donc $\mathcal{S}=\left]-\infty;\frac{13}{4}\right]$.

5) On résout :

$$x^2+9x-5>x^2+x+3 \Leftrightarrow 9x-5>x+3 \Leftrightarrow 8x>8 \Leftrightarrow x>1$$

Donc $\mathcal{S}=]1;+\infty[$.

6) On résout :

$$\frac{3x+2}{2} \geq -3 \Leftrightarrow 3x+2 \geq -6 \Leftrightarrow 3x \geq -8 \Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{3}$$

Donc $\mathcal{S}=\left[-\frac{8}{3};+\infty\right[$.

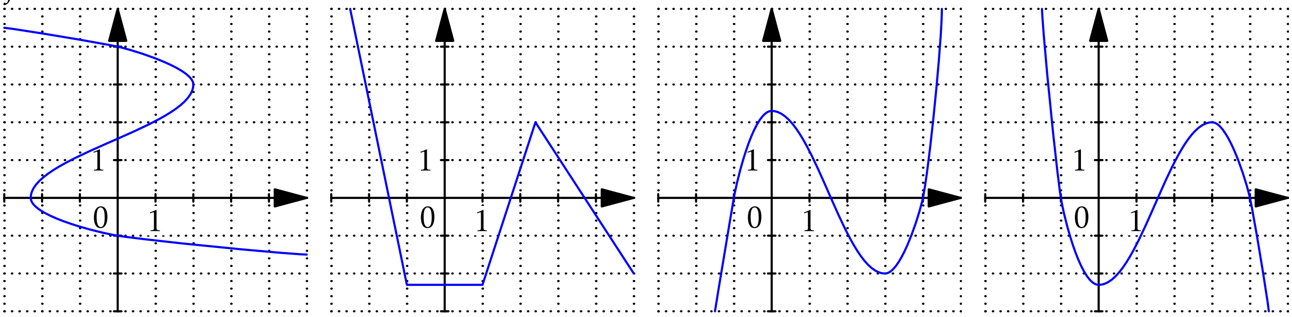
Fonctions

Exercice 7 : Soit f une fonction définie pour tout réel x et telle que :

- 0 admet trois antécédents;

- 3 a pour image -2.

Parmi les courbes trachées ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent représenter la fonction f ?



Solution :

La première courbe n'est pas la courbe représentative d'une fonction.
la courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des abscisses en trois points, donc les 3 autres conviennent.
Mais seule la troisième respecte la condition $f(3) = -2$.

Exercice 8 : On considère les fonctions $f : x \mapsto \dfrac{x}{3} - 2$ et $g : x \mapsto -x^2 + 10x - 24$, définies sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, les deux courbes représentatives de ces fonctions.

1) Calculer l'image de 3 par f.

   Solution : On calcule :

$$f(3) = \frac{3}{3} - 2 = 1 - 2 = -1$$

2) Calculer l'image de 3 par g.

   Solution : On calcule :

$$g(3) = -3^2 + 10 \times 3 - 24 = -9 + 30 - 24 = -3$$

3) Calculer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 2.

   Solution : Il faut calculer $f(2)$:

$$f(2) = \frac{2}{3} - 2 = \frac{-4}{3}$$

   Le point de d'abscisse 2 a $\dfrac{-4}{3}$ pour ordonnée.

4) Est-ce que le point de coordonnées $(3{,}5; -0{,}5)$ appartient à $\mathscr{C}_g$? Justifier votre réponse.

   Solution : On calcule l'image de 3,5 par la fonction g :

$$g(3{,}5) = -3{,}5^2 + 10 \times 3{,}5 - 24 = -12{,}25 + 35 - 24 = -1{,}25$$

   L'image de 3,5 par g n'étant pas $-0{,}5$, le point n'est pas sur la courbe $\mathscr{C}_g$.

5) Déterminer l'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

   Solution : On cherche les antécédents de 0 par f. On obtient :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{3} - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x}{3} = 2 \\ &\Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

   L'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisse est le point $(6; 0)$.

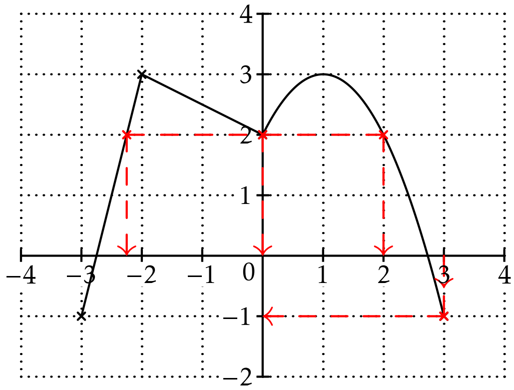
6) Démontrer que $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent sur l'axe des abscisses.

Solution : Il faut calculer l'image de 6 par g :

$$g(6) = -6^2 + 10 \times 6 - 24 = -36 + 60 - 24 = 0$$

La courbe g passe également par $(6;0)$. Les deux courbes se coupent donc sur l'axe des abscisses.

Exercice 9 : On a tracé dans le repère ci-contre, la courbe représentative d'une fonction f.
Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1) Quel est l'ensemble de définition de f?

Solution : L'ensemble de définition est $\mathscr{D}_f = [-3;3]$.

2) Déterminer l'image de 3 par f. On laissera les traits de construction visibles.

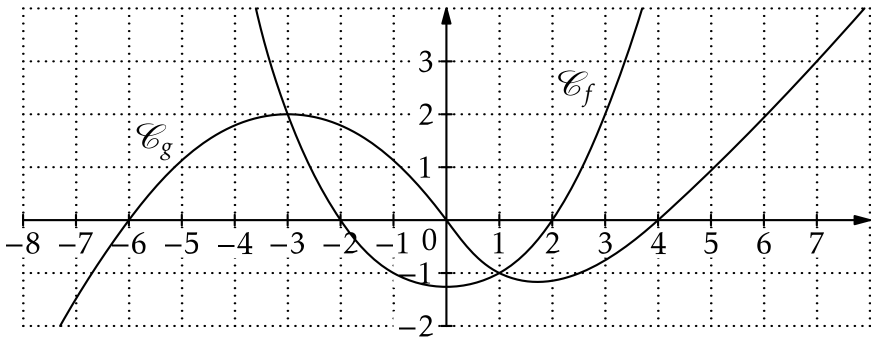
Solution : $f(3) = -1$

3) Déterminer les antécédents de 2 par f. On laissera les traits de construction visibles.

Solution : 2 a trois antécédents qui sont −2,25 ; 0 et 2.

Exercice 10 : On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ et dont les courbes représentatives sont données ci-dessous.
Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

1) $f(x) = 0$
2) $g(x) = 3$
3) $f(x) = g(x)$
4) $f(x) \leq 2$
5) $g(x) > 0$
6) $f(x) \geq g(x)$



Solution :

1) $\mathcal{S} = \{-2;2\}$
2) $\mathcal{S} = \{7\}$
3) $\mathcal{S} = \{-3;1\}$
4) $\mathcal{S} = [-3;3]$
5) $\mathcal{S} =]-6;0[\cup]4;+\infty[$
6) $\mathcal{S} =]-\infty;-3] \cup [1;+\infty[$