Autotest n°6 – Correction

Fonctions affines

Exercice 1 : Revoir feuille exercices fonctions affines.

Exercice 2 : Dans chaque cas, déterminer l'expression de la fonction affine f telle que :

1) f est linéaire et $f(3) = 4$
2) $f(0) = 4$ et $f(7) = -3$
3) $f(4) = 2$ et $f(1) = -4$
4) $f(-2) = 5$ et $f(3) = 6$

Solution :

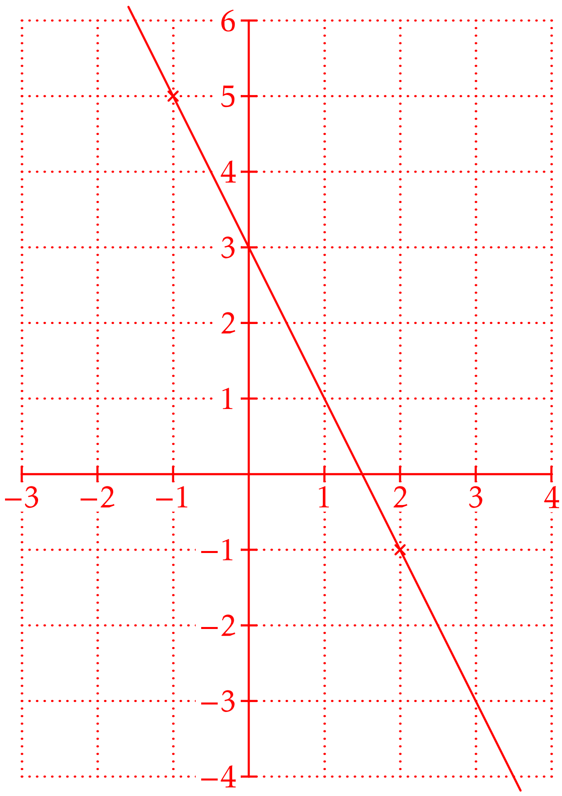
1) La fonction f est linéaire, donc $p = 0$. De plus $m = \frac{f(3)}{3} = \frac{4}{3}$. Donc $f(x) = \frac{4}{3}x$.
2) On a :
$$m = \frac{f(7) - f(0)}{7 - 0} = \frac{-3 - 4}{7} = -1$$
De plus, $p = f(0) = 4$. Donc $f(x) = -x + 4$.
3) On a :
$$m = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{2 - (-4)}{3} = 2$$
On utilise l'égalité $f(1) = -4$:
$$m \times 1 + p = f(1) \quad \Leftrightarrow \quad 2 + p = -4 \quad \Leftrightarrow \quad p = -6$$
Donc $f(x) = 2x - 6$.
4) On a :
$$m = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{6 - 5}{5} = \frac{1}{5}$$
On utilise l'égalité $f(3) = 6$:
$$m \times 3 + p = f(3) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{5} + p = 6 \quad \Leftrightarrow \quad p = 6 - \frac{3}{5} \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{27}{5}$$
Donc $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{27}{5}$.

Exercice 3 : Soit f la fonction affine vérifiant $f(-1) = 5$ et $f(2) = -1$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

1) Déterminer l'expression de f.
Solution : On calcule le coefficient directeur :
$$m = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{-1 - 5}{2 + 1} = \frac{-6}{3} = -2$$
On cherche l'ordonnée à l'origine :
$$f(2) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad -2 \times 2 + p = -1 \quad \Leftrightarrow \quad p = -1 + 4 \quad \Leftrightarrow \quad p = 3$$
L'expression de f est $f(x) = -2x + 3$.

2) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

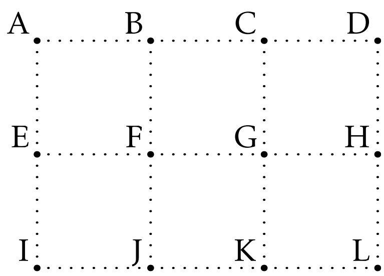
Solution : La courbe représentative est une droite qui passe par les points de coordonnées $(-1;5)$ et $(2;-1)$. On obtient :



Vecteurs

Exercice 4 : Compléter le tableau ci-dessous en vous aidant de la figure ci-dessous :

La translation de vecteur…	transforme…	en…
$\overrightarrow{AB}$	K	L
$\overrightarrow{HC}$	K	F
$\overrightarrow{CF}$	BFG	EIJ
$\overrightarrow{HC}$	[FG]	[AB]



Exercice 5 : On considère un triangle ABC.

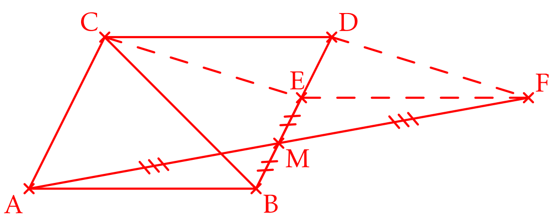
1) Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

Solution :

Il faut placer le point D de telle sorte que ABDC soit un parallélogramme.

2) Soit M un point appartenant au segment [BD]. Soient E et F les symétriques respectifs des points B et A par rapport au point M.

Solution :



3) Démontrer que CDFE est un parallélogramme.

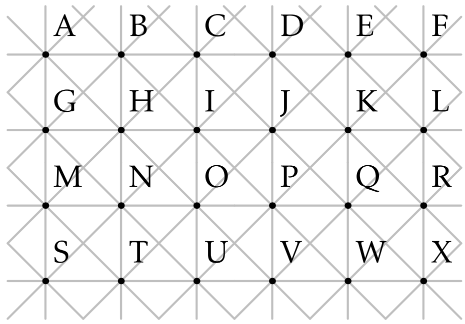
Solution :

Puisque M est à la fois le milieu de [AF] et celui de [BE], on en déduit que ABFE est un parallélogramme. Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

Or $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. Donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.

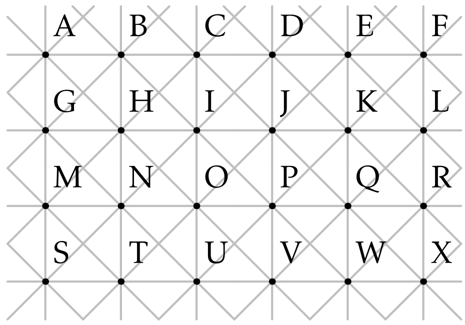
On en déduit que CDFE est également un parallélogramme.

Exercice 6 : Dans cet exercice, on ne demande pas de justification.



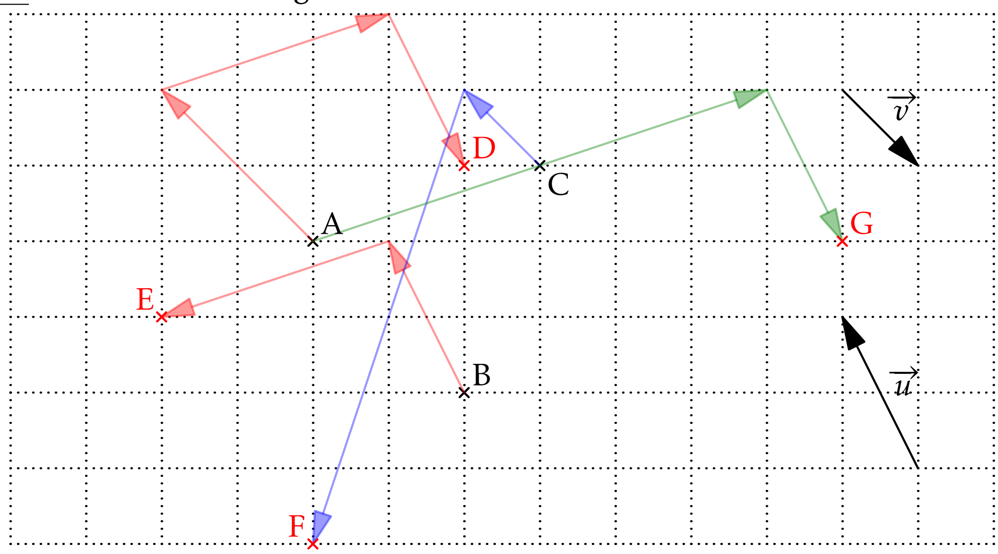
1) Quelle est l'image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{MS}$? **Solution :** U
2) Quel point a pour image P par la translation de vecteur $\overrightarrow{MH} - \overrightarrow{JH}$? **Solution :** S
3) Compléter :
   a) $2\overrightarrow{WO} + 3\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{NA}$
   b) $\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{IH} - \overrightarrow{LR} = \overrightarrow{KD}$

Exercice 7 : Pour chacune des expressions ci-dessous, donner un vecteur qui est égal à l'aide des points existants.



1) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AP}$
2) $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ER} = \overrightarrow{NO}$
3) $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{NA}$
4) $2\overrightarrow{AH} + 0{,}5\overrightarrow{TV} = \overrightarrow{AP}$

Exercice 8 : On considère la figure ci-dessous.



1) a) Construire le point D, tel que $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{u}$.
   b) Construire le point E, tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{u} - \overrightarrow{AC}$.
2) Soit F, tel que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{BC}$.
   a) Compléter l'égalité $\overrightarrow{CF} = \ldots$

Solution : On a :

$$\overrightarrow{FC} = \vec{v} + 2\overrightarrow{BC} \iff \overrightarrow{CF} = -\vec{v} + 2\overrightarrow{CB}$$

b) Placer F dans le repère.

3) Soit G, tel que $2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{GA} - \vec{u}$.

a) Compléter l'égalité $\overrightarrow{AG} = \ldots$

Solution : On a :

$$2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{GA} - \vec{u} \iff \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AC} - \vec{u}$$

b) Placer G dans le repère.

Exercice 9 : Simplifier les écritures suivantes :

1) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$

Solution : On a :

$$\begin{aligned}
\vec{u} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} \\
&= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} \\
&= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} \\
&= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} \\
&= \overrightarrow{AA} \\
&= \vec{0}
\end{aligned}$$

2) $\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

Solution : On a :

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA} \\
&= 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{CB} + 4\overrightarrow{AC} \\
&= 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \\
&= 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \\
&= 3\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \\
&= 3\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{AC} \\
&= \overrightarrow{AC}
\end{aligned}$$