

Devoir maison n°1 – Correction

EXERCICE 1 : Simplifier l'écriture des réels suivants :

1) $A = (2\sqrt{2})^2$

2) $B = (-4\sqrt{5})^2$

Solution :

$$\begin{aligned} A &= (2\sqrt{2})^2 \\ &= 4\sqrt{2}^2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (-4\sqrt{5})^2 \\ &= 16\sqrt{5}^2 \\ &= 80 \end{aligned}$$

EXERCICE 2 : Écrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers naturels avec b le plus petit possible, en indiquant les étapes.

1) $C = \sqrt{32}$

2) $D = \sqrt{28} \times \sqrt{63}$

Solution :

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{32} \\ &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{28} \times \sqrt{63} \\ &= \sqrt{4 \times 7} \times \sqrt{9 \times 7} \\ &= 2 \times \sqrt{7} \times 3\sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7}^2 \\ &= 42 \end{aligned}$$

1) $E = 3\sqrt{45} - 2\sqrt{20}$

2) $F = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$

Solution :

$$\begin{aligned} E &= 3\sqrt{45} - 2\sqrt{20} \\ &= 3\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{4 \times 5} \\ &= 3 \times 3\sqrt{5} - 2 \times 2\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

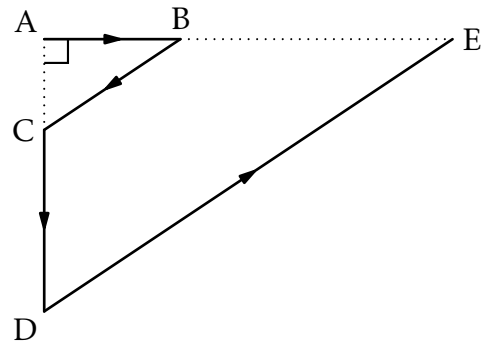
$$\begin{aligned} F &= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{4 \times 2} + 2\sqrt{9 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} - 4 \times 2\sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

EXERCICE 3 : Le plan ci-contre représente le parcours d'un cross. Les longueurs connues sont les suivantes : $AB = 400\text{m}$ et $AC = 300\text{m}$.

De plus $BE = 2AB$ et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

- 1) Quelle est la longueur du parcours? Justifier.
- 2) Pour que le parcours soit homologué, il faut que l'angle $\widehat{ABC}$ soit supérieur à 35° . Est-ce que c'est le cas?
- 3) Afin d'assurer les communications radio, les organisateurs souhaitent placer une antenne relai sur le segment $[BC]$. On notera H la position de cette antenne. Elle doit être le plus près possible de A , ainsi les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

- a) Calculer l'aire du triangle ABC.
- b) En déduire la distance de A à (BC), c'est dire la longueur AH.



Solution :

- 1) À partir des données de l'énoncé on déduit que $AE = AB + BE = 3AB = 1\,200\text{m}$.
Puisque le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned}
 BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\
 &= 400^2 + 300^2 \\
 &= 250\,000 \\
 BC &= \sqrt{250\,000} \\
 &= 500\text{m}
 \end{aligned}$$

Les droites (BE) et (CD) se coupent en A. Les droites (BC) et (DE) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

Donc :

$$\frac{400}{1\,200} = \frac{300}{AD} = \frac{500}{DE}$$

On utilise le produit en croix :

$$DE = \frac{1\,200 \times 500}{400} = 1\,500\text{m}$$

et

$$AD = \frac{1\,200 \times 300}{400} = 900\text{m}$$

Donc $CD = AD - AC = 600\text{m}$.

Le parcours mesure au total :

$$AB + BC + CD + DE = 400 + 500 + 600 + 1\,500 = \boxed{3\,000\text{m}}$$

- 2) Dans le triangle ABC rectangle en A, on utilise :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{300}{400} = 0,75$$

On en déduit que $\widehat{ABC} \approx 36,9^\circ$. Le parcours peut donc être homologué.

- 3) a) On peut calculer l'aire $\mathcal{A}$ ainsi :

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{400 \times 300}{2} = 60\,000\text{m}^2$$

b) On peut également calculer l'aire ainsi :

$$\mathcal{A} = \frac{AH \times BC}{2}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} AH &= \frac{\mathcal{A} \times 2}{BC} \\ &= \frac{60\,000 \times 2}{500} \\ &= 240\text{m} \end{aligned}$$