

Devoir surveillé n°1 – Correction

Calculatrice autorisée

Nom :

Prénom :

EXERCICE 1 : (2,5pt)

1) Compléter par \in ; \notin ; \subset et $\not\subset$.

$$\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}, 5,3 \notin \mathbb{N}, \frac{3}{7} \in \mathbb{Q}, -\sqrt{5} \in \mathbb{R}, \frac{1}{8} \in \mathbb{D}, \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$$

2) Donner la nature des nombres suivants (le plus petit ensemble)

$$\frac{35}{14} \in \mathbb{D}, -3\pi \in \mathbb{R}, \frac{16}{4} \in \mathbb{N}, \frac{14}{19} \in \mathbb{Q}, -53 \in \mathbb{Z}, \sqrt{36} \in \mathbb{N}$$

EXERCICE 2 : (6pt)

1) Calculer en détaillant les étapes et en respectant les priorités.

a) $A = 5 - (5 - 3 \times 4)^2$

b) $B = (12 : 4 - 6)^2 - 7$

c) $C = -36 : 3^2 \times (-3)^2$

Solution :

$$\begin{aligned} A &= 5 - (5 - 3 \times 4)^2 \\ &= 5 - (5 - 12)^2 \\ &= 5 - (-7)^2 \\ &= 5 - 49 \\ &= -44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (12 : 4 - 6)^2 - 7 \\ &= (3 - 6)^2 - 7 \\ &= (-3)^2 - 7 \\ &= 9 - 7 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= -36 : 3^2 \times (-3)^2 \\ &= -36 : 9 \times 9 \\ &= -4 \times 9 \\ &= -36 \end{aligned}$$

2) Calculer en détaillant les étapes, et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $D = \frac{5}{24} - \frac{7}{6} + \frac{11}{4}$

b) $E = 7 - 2 \times \frac{5}{11}$

c) $F = \frac{5}{16} - \frac{25}{6} : \frac{10}{3}$

Solution :

$$\begin{aligned} D &= \frac{5}{24} - \frac{7}{6} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{5}{24} - \frac{28}{24} + \frac{66}{24} \\ &= \frac{43}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 7 - 2 \times \frac{5}{11} \\ &= 7 - \frac{10}{11} \\ &= \frac{77}{11} - \frac{10}{11} \\ &= \frac{67}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{5}{16} - \frac{25}{6} : \frac{10}{3} \\ &= \frac{5}{16} - \frac{25}{6} \times \frac{3}{10} \\ &= \frac{5}{16} - \frac{\cancel{5} \times 5 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 2 \times 2 \times \cancel{3}} \\ &= \frac{5}{16} - \frac{5}{4} \\ &= \frac{5}{16} - \frac{20}{16} \\ &= -\frac{15}{16} \end{aligned}$$

EXERCICE 3 : (1pt) Écrire les nombres suivants sous la forme x^n , avec x le plus petit possible.

1) $E = \frac{(x^5)^2}{x^{13}}$

2) $F = \frac{x^3 \times x^{-4}}{x^{-11}}$

Solution :

$$\begin{aligned} E &= \frac{(x^5)^2}{x^{13}} \\ &= \frac{x^{10}}{x^{13}} \\ &= x^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{x^3 \times x^{-4}}{x^{-11}} \\ &= \frac{x^{-1}}{x^{-11}} \\ &= x^{10} \end{aligned}$$

EXERCICE 4 : (1pt) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

1) $H = 0,00078$

2) $I = 7350000$

3) $J = 123 \times 10^4$

4) $K = 0,456 \times 10^{-4}$

Solution :

$$H = 7,8 \times 10^{-4}$$

$$I = 7,35 \times 10^6$$

$$J = 1,23 \times 10^6$$

$$K = 4,56 \times 10^{-5}$$

EXERCICE 5 : (1,5pt) Donner l'écriture scientifique du nombre suivant, en détaillant les étapes.

$$L = \frac{45 \times 10^{-15} \times 13 \times 10^7}{39 \times 10^{12} \times 5}$$

Solution :

$$\begin{aligned} L &= \frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{13} \times 10^{-15+7}}{\cancel{3} \times \cancel{13} \times \cancel{3} \times 10^{12}} \\ &= 3 \times 10^{-8-12} \\ &= 3 \times 10^{-20} \end{aligned}$$

EXERCICE 6 : (2pt) Soit $N = 2(a(b+1) - b(a-1))$.

1) Calculer N pour $a = -2$ et $b = 4$.

Solution :

$$\begin{aligned} N &= 2(-2(4+1) - (4 \times (-2-1))) \\ &= 2(-2 \times 5 + 4 \times 3) \\ &= 2(-10 + 12) \\ &= 4 \end{aligned}$$

2) Calculer N pour $a = 1$ et $b = 4$.

Solution :

$$\begin{aligned} N &= 2(1 \times (4+1) - 4(1-1)) \\ &= 2((1 \times 5 - 4 \times 0)) \\ &= 2(5 + 0) \\ &= 10 \end{aligned}$$

- 3) Alex affirme que le nombre N est égal au double de la somme des nombres a et b . À-t-il raison?

Solution :

$$\begin{aligned}N &= 2(a(b+1) - b(a-1)) \\&= 2(ab + a - ab + b) \\&= 2(a + b)\end{aligned}$$

Alex a donc raison.

EXERCICE 7 : (2pt) On donne l'expression numérique :

$$O = 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

- 1) Donner l'écriture décimale de O , en détaillant les étapes.

Solution : $O = 705,37$.

- 2) Donner l'écriture scientifique de O .

Solution : $O = 7,0537 \times 10^2$.

- 3) Écrire O sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

Solution : $O = 70537 \times 10^{-2}$.

- 4) Écrire O sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

Solution : $O = 705 + \frac{37}{100}$.

EXERCICE 8 : (2pt) Écrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers naturels avec b le plus petit possible, en indiquant les étapes.

1) $S = \sqrt{33} \times \sqrt{88}$

2) $T = \sqrt{75} - 7\sqrt{27} + \sqrt{12}$

Solution :

$$\begin{aligned}S &= \sqrt{33} \times \sqrt{88} \\&= \sqrt{3 \times 11} \times \sqrt{4 \times 2 \times 11} \\&= 11 \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{2} \\&= 22\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= \sqrt{75} - 7\sqrt{27} + \sqrt{12} \\&= \sqrt{25 \times 3} - 7\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{4 \times 3} \\&= 5\sqrt{3} - 7 \times 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\&= -14\sqrt{3}\end{aligned}$$

EXERCICE 9 : (3pt) Les questions suivantes sont indépendantes.

- 1) Est-ce- que 921 est un nombre premier? Justifier.

Solution :

921 n'est pas premier car il est divisible par 3. ($9 + 2 + 1 = 12 = 3 \times 4$)

- 2) a) Décomposer 360 et 1140 en produit de facteurs premiers.

Solution :

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$1140 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 19$$

b) En déduire la forme irréductible de $\frac{360}{1140}$.

Solution :

$$\frac{360}{1140} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5 \times 19} = \frac{6}{19}$$

3) Vrai-faux. Justifier.

Si un entier est divisible par 8 alors c'est un multiple de 4.

Solution :

Si un entier est divisible par 8 alors il est divisible par 2 et 4 car $8 = 2 \times 4$. Ainsi c'est un multiple de 4.