Devoir surveillé n°1 – Correction

Calculatrice autorisée

Nom :
Prénom :

Exercice 1 : (3pt)

1) Compléter par $\in$; $\notin$; $\subset$ et $\not\subset$.

$$3{,}5 \notin \mathbb{N}\ ,\ \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}\ ,\ \mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}\ ,\ -\sqrt{2} \in \mathbb{R}\ ,\ \frac{-1}{4} \in \mathbb{D}\ ,\ \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$$

2) Donner la nature des nombres suivants (le plus petit ensemble)

$$\frac{25}{5} \in \mathbb{N}\ ,\ -67 \in \mathbb{Z}\ ,\ \sqrt{49} \in \mathbb{N}\ ,\ \frac{17}{23} \in \mathbb{Q}\ ,\ 2\pi \in \mathbb{R}\ ,\ \frac{21}{14} \in \mathbb{D}$$

Exercice 2 : (6pt)

1) Calculer en détaillant les étapes et en respectant les priorités.

a) $A = 4-(4\times 3-5)^2$ b) $B = (15:5-5)^2-6$ c) $C = -20:2^2\times(-2)^2$

Solution :

$$\begin{aligned} A &= 4-(4\times 3-5)^2 \\ &= 4-(12-5)^2 \\ &= 4-7^2 \\ &= 4-49 \\ &= -45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (15:5-5)^2-6 \\ &= (3-5)^2-6 \\ &= (-2)^2-6 \\ &= 4-6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= -20:2^2\times(-2)^2 \\ &= -20:4\times 4 \\ &= -5\times 4 \\ &= -20 \end{aligned}$$

2) Calculer en détaillant les étapes, et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $D = \frac{4}{21}-\frac{2}{7}+\frac{11}{3}$ b) $E = 5-3\times\frac{4}{11}$ c) $F = \frac{3}{16}-\frac{25}{6}:\frac{10}{3}$

Solution :

$$\begin{aligned} D &= \frac{4}{21}-\frac{2}{7}+\frac{11}{3} \\ &= \frac{4}{21}-\frac{6}{21}+\frac{77}{21} \\ &= \frac{75}{21} \\ &= \frac{25}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 5-3\times\frac{4}{11} \\ &= 5-\frac{12}{11} \\ &= \frac{55}{11}-\frac{12}{11} \\ &= \frac{43}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{3}{16}-\frac{25}{6}:\frac{10}{3} \\ &= \frac{3}{16}-\frac{25}{6}\times\frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{16}-\frac{\cancel{5}\times 5\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times 2\times 2\times\cancel{5}} \\ &= \frac{3}{16}-\frac{5}{4} \\ &= \frac{3}{16}-\frac{20}{16} \\ &= -\frac{17}{16} \end{aligned}$$

Exercice 3 : (1pt) Écrire les nombres suivants sous la forme x^n, avec x le plus petit possible.

1) $E = \dfrac{(x^7)^2}{x^{15}}$

2) $F = \dfrac{x^{-5} \times x^3}{x^{-12}}$

Solution :

$$\begin{aligned} E &= \frac{(x^7)^2}{x^{15}} \\ &= \frac{x^{14}}{x^{15}} \\ &= x^{-1} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} F &= \frac{x^{-5} \times x^3}{x^{-12}} \\ &= \frac{x^{-2}}{x^{-12}} \\ &= x^{10} \end{aligned}$$

Exercice 4 : (1pt) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

1) $H = 8\,300\,000$ 2) $I = 0{,}00023$ 3) $J = 114{,}3 \times 10^5$ 4) $K = 0{,}0125 \times 10^{-2}$

Solution :

$H = 8{,}3 \times 10^6$ $I = 2{,}3 \times 10^{-4}$ $J = 1{,}143 \times 10^7$ $K = 1{,}25 \times 10^{-4}$

Exercice 5 : (1,5pt) Donner l'écriture scientifique du nombre suivant, en détaillant les étapes.

$$L = \frac{40 \times 10^{-2} \times 90 \times 10^{-4}}{240 \times 10^{12}}$$

Solution :

$$\begin{aligned} L &= \frac{40 \times 10^{-2} \times 90 \times 10^{-4}}{240 \times 10^{12}} \\ &= \frac{\cancel{40} \times 30 \times \cancel{3} \times 10^{-6}}{\cancel{40} \times \cancel{3} \times 2 \times 10^{12}} \\ &= 15 \times 10^{-18} \\ &= 1{,}5 \times 10^{-17} \end{aligned}$$

Exercice 6 : (2pt) Soit $N = 2\,(a(b+1) - b(a-1))$.

1) Calculer N pour $a = 4$ et $b = -3$.

Solution :

$$\begin{aligned} N &= 2\,(4(-3+1) - (-3) \times (4-1)) \\ &= 2\,(4 \times (-2) + 3 \times 3) \\ &= 2(-8+9) \\ &= 2 \end{aligned}$$

2) Calculer N pour $a = -1$ et $b = 6$.

Solution :

$$\begin{aligned} N &= 2\left((-1)\times(6+1) - 6(-1-1)\right) \\ &= 2\left((-1)\times 7 - 6\times(-2)\right) \\ &= 2(-7+12) \\ &= 10 \end{aligned}$$

3) Alex affirme que le nombre N est égal au double de la somme des nombres a et b. À-t-il raison ?

Solution :

$$\begin{aligned} N &= 2\left(a(b+1) - b(a-1)\right) \\ &= 2(ab + a - ab + b) \\ &= 2(a+b) \end{aligned}$$

Alex a donc raison.

Exercice 7 : (2pt) On donne l'expression numérique :

$$O = 5\times 10^3 + 3\times 10^0 + 2\times 10^{-1} + 4\times 10^{-2}$$

1) Donner l'écriture décimale de O, en détaillant les étapes.
Solution : $O = 5003{,}24$.
2) Donner l'écriture scientifique de O.
Solution : $O = 5{,}00324\times 10^3$.
3) Écrire O sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.
Solution : $O = 500324\times 10^{-2}$.
4) Écrire O sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.
Solution : $O = 5003 + \dfrac{24}{100} = 5003 + \dfrac{6}{25}$.

Exercice 8 : (2pt) Écrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers naturels avec b le plus petit possible, en indiquant les étapes.

1) $S = \sqrt{55}\times\sqrt{88}$

2) $T = \sqrt{27} - 7\sqrt{48} + \sqrt{75}$

Solution :

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{55}\times\sqrt{88} \\ &= \sqrt{5\times 11}\times\sqrt{4\times 2\times 11} \\ &= 11\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{2} \\ &= 22\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{27} - 7\sqrt{48} + \sqrt{75} \\ &= \sqrt{9\times 3} - 7\sqrt{16\times 3} + \sqrt{25\times 3} \\ &= 3\sqrt{3} - 7\times 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= -20\sqrt{3} \end{aligned}$$

Exercice 9 : (3pt) Les questions suivantes sont indépendantes.

1) Est-ce- que 729 est un nombre premier? Justifier.
Solution :
729 n'est pas premier car il est divisible par 3.($7+2+9 = 18 = 3\times 6$)

2) a) Décomposer 360 et 1140 en produit de facteurs premiers.
Solution :

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \qquad\qquad 1140 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 19$$

b) En déduire la forme irréductible de $\dfrac{360}{1140}$.
Solution :

$$\frac{360}{1140} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5 \times 19} = \frac{6}{19}$$

3) Vrai-faux. Justifier.
Si un entier est divisible par 8 alors c'est un multiple de 4.
Solution :
Si un entier est divisible par 8 alors il est divisible par 2 et 4 car $8 = 2 \times 4$. Ainsi c'est un multiple de 4.