Lycée Les 3 Sources **Bourg-Lès-Valence**

Mathématiques 2^{de} Année **2025-26**

Devoir surveillé n°2 – Correction

Calculatrice autorisée

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : (4pt) Un professeur souhaite distribuer **168 crayons** et **252 feuilles** à ses élèves, en faisant des **paquets identiques** contenant le même nombre de crayons et de feuilles, sans reste.

1) a) Déterminer le **plus grand nombre de paquets** que le professeur peut constituer.

Solution : On cherche le plus grand diviseur commun à 168 et 252.

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7, \qquad 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7.$$

Le plus grand diviseur commun est :

$$2^2 \times 3^1 \times 7^1 = 84.$$

Donc le professeur peut faire **84 paquets**.

b) Combien de **crayons** et de **feuilles** y aura-t-il dans chaque paquet ?

Solution : Chaque paquet contiendra :

$$\frac{168}{84} = 2 \text{ crayons}, \qquad \frac{252}{84} = 3 \text{ feuilles}.$$

Chaque paquet contient donc **2 crayons et 3 feuilles**.

2) On ajoute maintenant **36 gommes** au stock. Peut-on encore répartir les trois types d'objets (crayons, feuilles, gommes) **en paquets identiques** sans reste ? Justifie ta réponse.

Solution : On obtient :

$$36 = 2^2 \times 3^2, \quad \text{et}$$

Ainsi le plus grand diviseur commun à168, 252 et 36 est :

$$2^2 \times 3 = 12$$

On peut donc faire **12 paquets identiques**.
Chaque paquet contiendra :

$$\frac{168}{12} = 14 \text{ crayons}, \quad \frac{252}{12} = 21 \text{ feuilles}, \quad \frac{36}{12} = 3 \text{ gommes}.$$

Chaque paquet contient donc **14 crayons, 21 feuilles et 3 gommes**.

Exercice 2 : (3pt) On considère un triangle CDE dont les côtés mesurent :

$$EC = \sqrt{175}\ , \ CD = 12\sqrt{7} \ \text{ et } \ ED = 13\sqrt{7}$$

.
Quelle est la nature de ce triangle ? justifier.

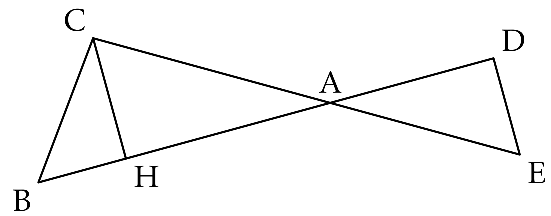
Solution :

$$ED^2 = (13\sqrt{7})^2 = 169 \times 7 = 1183 \qquad EC^2 = (\sqrt{175})^2 = 175 \qquad CD^2 = (12\sqrt{7})^2 = 144 \times 7 = 1008$$

Ainsi

$$ED^2 = 1183 \qquad EC^2 + CD^2 = 175 + 1008 = 1183$$

Puisque $EC^2 + CD^2 = ED^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CDE est rectangle en C.



Exercice 3 : (8pt) On considère la figure ci-contre. On sait que AB = 80 cm, AD = 44,8 cm et AE = 52 cm.
Les droites (BD) et (CE) se coupent en A.
On note H, le projeté orthogonal de C sur (AB).
De plus, AH = 56 cm.

1) L'aire du triangle ABC est de 1 320 cm². Montrer que la longueur CH = 33 cm.
Solution : L'aire du triangle ABC est égale à $\dfrac{AB \times CH}{2}$, puisque H est le pied de la hauteur issue de C. Donc :

$$\frac{AB \times CH}{2} = 1320 \iff \frac{80 \times CH}{2} = 1320 \iff 80 \times CH = 2640 \iff CH = 33$$

Donc CH = 33 cm.

2) Calculer la longueur AC.
Solution : Puisque le triangle AHC est rectangle en H alors d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 = 56^2 + 33^2 = 4225$$
$$AC = 65$$

Donc AC = 65 cm.

3) Déterminer si les droites (CH) et (DE) sont parallèles.
Solution : On compare :

$$\frac{AE}{AC} = \frac{52}{65} = 0{,}8 \qquad \frac{AD}{AH} = \frac{44{,}8}{56} = 0{,}8$$

Puisque $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AD}{AH}$.
et que les points C, A, E et H, A, D sont alignés dans le même ordre.
alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, (CH) et (DE) sont parallèles.

4) En déduire la distance de E à (AB).

Solution : D'après la question précédente, on peut en déduire que (AD) et (DE) sont perpendiculaires.

Le point D est donc le projeté orthogonal de E sur (AB). On veut calculer ED.

Puisque les droites (CH) et (DE) sont parallèles et que les droites (CE) et (DH) se coupent en A, alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{\text{ED}}{\text{CH}} = \frac{\text{AD}}{\text{AH}}$$

Donc :

$$\text{ED} = \frac{33 \times 44{,}8}{56} = 26{,}4$$

La distance de E à la droite (AB) est de 26,4 cm.

5) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$, arrondie au dixième de degré près.

Solution : On remarque que $\widehat{\text{BAC}} = \widehat{\text{HAC}}$.

Dans le triangle AHC, rectangle en H, on utilise la tangente :

$$\tan \widehat{\text{HAC}} = \frac{\text{CH}}{\text{AH}} = \frac{33}{56}$$

Donc :

$$\widehat{\text{HAC}} \approx 30{,}5°$$

Exercice 4 : (3pt)

On considère un triangle DEF, rectangle en E, et tel que DF = 6 cm et $\widehat{\text{EDF}} = 55°$.

Calculer les longueurs DE et EF au dixième de millimètre près.

Solution : Dans le triangle DEF, rectangle en E, on a :

$$\cos \widehat{\text{EDF}} = \frac{\text{DE}}{\text{DF}} \quad \Leftrightarrow \quad \text{DE} = \text{DF} \times \cos \widehat{\text{EDF}} = 6 \times \cos 55° \approx 3{,}44\,\text{cm}$$

$$\sin \widehat{\text{EDF}} = \frac{\text{EF}}{\text{DF}} \quad \Leftrightarrow \quad \text{EF} = \text{DF} \times \sin \widehat{\text{EDF}} = 6 \times \sin 55° \approx 4{,}91\,\text{cm}$$

Exercice 5 : (2pt) Soit d un entier strictement positif qui est un multiple de 3, de 5 et de 17.

1) Expliquer pourquoi d ne peut pas être inférieur à 100.

Solution : Puisque d est un multiple de 3, de 5 et de 17, il peut s'écrire :

$$d = 3 \times 5 \times 17 \times k = 255k, \text{ avec } k \in \mathbb{N}$$

Puisque d est positif et non nul, il est supérieur ou égal à 255 et ne peut donc pas être inférieur à 100.

2) En sachant que $1200 \leq d \leq 1300$, déterminer la valeur de d.

Solution : La seule valeur de k permettant d'avoir $1200 \leq 255k \leq 1300$ est $k = 5$.

Donc $d = 1275$.