Devoir surveillé n°4 – Correction

Nom :
Prénom :

Exercice 1 : (2pt)

1) a et b sont des réels tels que $a < b$.
Comparer $2-3a$ et $2-3b$, en détaillant les opérations.
Solution :

$$\begin{aligned} a < b &\iff -3a > -3b \\ &\iff 2-3a > 2-3b \end{aligned}$$

2) À partir de l'encadrement de $\sqrt{3}$: $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$.
Encadrer $-2\sqrt{3}+4$, en détaillant les calculs.
Solution :

$$\begin{aligned} 1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8 &\iff -3{,}6 < -2\sqrt{3} < -3{,}4 \\ &\iff 0{,}4 < -2\sqrt{3}+4 < 0{,}6 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (2pt) Calculer en détaillant les étapes.

1) $\mathrm{A} = |13-7| + |7-13|$
Solution :

$$\mathrm{A} = |13-7| + |7-13| = |6| + |-6| = 6+6 = 12$$

2) $\mathrm{C} = \dfrac{-3|7-13| + |-4|}{|8-12|}$
Solution :

$$\mathrm{C} = \frac{-3|7-13| + |-4|}{|8-12|} = \frac{-3\times|-6|+4}{|-4|} = \frac{-3\times 6+4}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$$

Exercice 3 : (2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-2| = 7$.
Solution :

$$\begin{aligned} |x-2| = 7 &\iff x-2 = -7 \text{ ou } x-2 = 7 \\ &\iff x = -5 \text{ ou } x = 9 \end{aligned}$$

$\mathcal{S} = \{-5; 9\}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x+1| \leq 5$.
Solution : vers

$$\begin{aligned} |x+2| \leq 4 &\iff -2-4 \leq x \leq -2+4 \\ &\iff -6 \leq x \leq 2 \end{aligned}$$

$\mathcal{S} = [-6; 2]$.

$$\begin{aligned} |x+1| \leq 5 &\iff -1-5 \leq x \leq -1+5 \\ &\iff -6 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

$\mathcal{S} = [-6; 4]$.

Exercice 4 : (3,5pt) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-1+7x \leq 7+3x$

Solution :

$$\begin{aligned} -1+7x \leq 7+3x &\Leftrightarrow 7x-3x \leq 7+1 \\ &\Leftrightarrow 4x \leq 8 \\ &\Leftrightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} =]-\infty;2]$$

2) $2(3x-4)-3(x+4) \geq 1$

Solution :

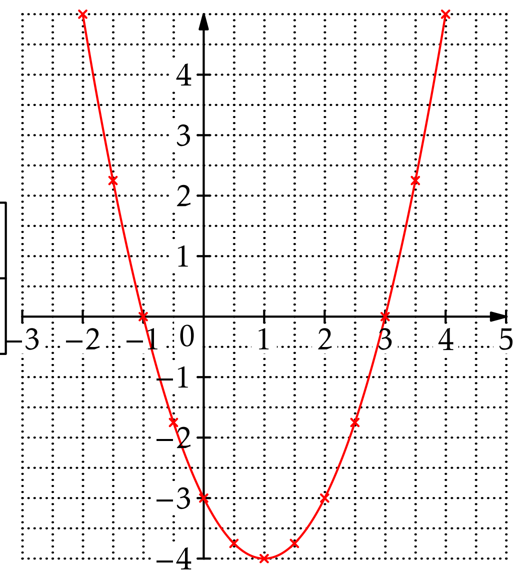
$$\begin{aligned} 2(3x-4)-3(x+4) \geq 1 &\Leftrightarrow 6x-8-3x-12 \geq 1 \\ &\Leftrightarrow 3x \geq 1+20 \\ &\Leftrightarrow x \geq 7 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = [7;+\infty[$$

Exercice 5 : (2pt) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2-2x-3$.

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	0	$0,5$	1	$1,5$	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	$-3,75$	-4	$-3,75$	-3	0	5



2) Placer chaque point correspondant aux valeurs calculées précédemment dans le repère ci-contre, puis tracer la courbe représentative de f.

Exercice 6 : (5pt) On considère les fonctions $f(x) = 2x-6$ et $g(x) = -x^2+8x-15$, définies sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, les deux courbes représentatives de ces fonctions.

1) Calculer $f(2)$.

Solution : On calcule :

$$f(2) = 2\times 2-6 = 4-6 = -2$$

2) Calculer l'image de -2 par g.

Solution : On calcule :

$$g(-2) = -(-2)^2+8\times(-2)-15 = -4-16-15 = -35$$

3) Calculer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 4.

Solution : Il faut calculer $f(4)$:

$$f(4) = 2\times 4-6 = 2$$

Le point de d'abscisse 4 a 2 pour ordonnée.

4) Est-ce que le point de coordonnées $(3{,}5;0{,}5)$ appartient à $\mathscr{C}_g$? Justifier votre réponse.
Solution : On calcule l'image de 3,5 par la fonction g :

$$g(3{,}5) = -3{,}5^2 + 8 \times 3{,}5 - 15 = -12{,}25 + 28 - 15 = 0{,}75$$

L'image de 3,5 par g n'étant pas 0,5, le point n'est pas sur la courbe $\mathscr{C}_g$.

5) Déterminer le ou les antécédents éventuels de 4 par la fonction f.
Solution : On cherche les antécédents de 4 par f. On obtient :

$$\begin{aligned} f(x) = 4 &\Leftrightarrow 2x - 4 = 4 \\ &\Leftrightarrow 2x = 8 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

6) Déterminer l'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
Solution : On cherche les antécédents de 0 par f. On obtient :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 6 \\ &\Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

L'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisse est le point $(3;0)$.

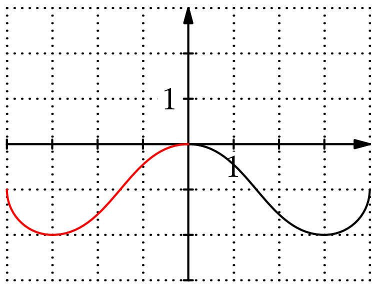
7) Démontrer que $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent sur l'axe des abscisses.
Solution : Il faut calculer l'image de 3 par g :

$$g(3) = -3^2 + 8 \times 3 - 15 = -9 + 24 - 15 = 0$$

La courbe $\mathscr{C}_g$ passe également par $(3;0)$. Les deux courbes se coupent donc sur l'axe des abscisses.

Exercice 7 : (1,5pt)

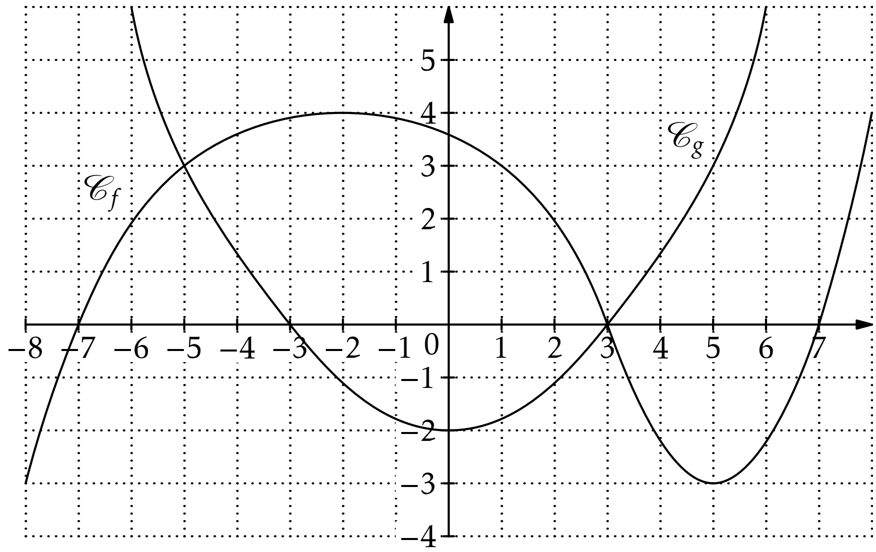
1) On considère la fonction f dont une partie de la courbe est tracée ci-contre. Sachant que la fonction f est paire, tracer la courbe sur l'intervalle $[-4;0]$.



2) Si la fonction h est impaire et $h(-4) = -7$, alors $h(4) = 7$.

Exercice 8 : (2pt) On a représenté les courbes des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.

Déterminer les solutions des (in)équations suivantes par lecture graphique.



1) $f(x) = g(x)$
   Solution : $\mathcal{S} = \{-5; 3\}$

2) $f(x) < 0$
   Solution :
   $\mathcal{S} =]-\infty; -7[\cup]3; 7[$

3) $g(x) \leq 1$
   Solution : $\mathcal{S} = [-3,7; 3,7]$

4) $g(x) = 0$
   Solution : $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$