Devoir surveillé n°4 – Correction

Nom :
Prénom :

Exercice 1 : (2pt)

1) a et b sont des réels tels que $a < b$.
   Comparer $1 - 2a$ et $1 - 2b$, en détaillant les opérations.
   Solution :

$$\begin{aligned} a < b &\Leftrightarrow -2a > -2b \\ &\Leftrightarrow 1 - 2a > 1 - 2b \end{aligned}$$

2) À partir de l'encadrement de $\sqrt{2}$: $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.
   Encadrer $-2\sqrt{2} + 6$, en détaillant les calculs.
   Solution :

$$\begin{aligned} 1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5 &\Leftrightarrow -3 < -2\sqrt{2} < -2{,}8 \\ &\Leftrightarrow 3 < -2\sqrt{2} + 6 < 3{,}2 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (2pt) Calculer en détaillant les étapes.

1) $A = |12 - 5| + |5 - 12|$
   Solution :

$$A = |12 - 5| + |5 - 12| = |7| + |-7| = 7 + 7 = 14$$

2) $C = \dfrac{-2|8 - 12| + |-5|}{|9 - 15|}$
   Solution :

$$C = \frac{-2|8 - 12| + |-5|}{|9 - 15|} = \frac{-2 \times |-4| + 5}{|-6|} = \frac{-2 \times 4 + 5}{6} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Exercice 3 : (2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 3| = 5$.
   Solution :

$$\begin{aligned} |x - 3| = 5 &\Leftrightarrow x - 3 = -5 \text{ ou } x - 3 = 5 \\ &\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 8 \end{aligned}$$

   $\mathcal{S} = \{-2; 8\}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x + 2| \leq 4$.
   Solution :

$$\begin{aligned} |x + 2| \leq 4 &\Leftrightarrow -2 - 4 \leq x \leq -2 + 4 \\ &\Leftrightarrow -6 \leq x \leq -2 + 4 \end{aligned}$$

   $\mathcal{S} = [-6; 2]$.

EXERCICE 4 : (3,5pt) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $2+5x \geq 4+3x$

Solution :

$$\begin{aligned} 2+5x \geq 4+3x &\Leftrightarrow 5x-3x \geq 4-2 \\ &\Leftrightarrow 2x \geq 2 \\ &\Leftrightarrow x \geq 1 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = [1;+\infty[$$

2) $3(2x-1)-5(x+4) \leq 1$

Solution :

$$\begin{aligned} 3(2x-1)-5(x+4) \leq 1 &\Leftrightarrow 6x-3-5x-20 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow x \leq 1+23 \\ &\Leftrightarrow x \leq 24 \end{aligned}$$

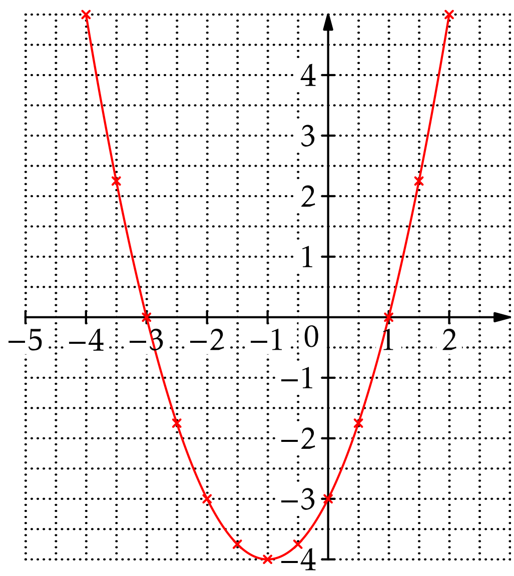
$$\mathcal{S} =]-\infty;24]$$

EXERCICE 5 : (2pt) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2+2x-3$.

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-4	-3	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	1	2
$f(x)$	5	0	-3	$-3{,}75$	-4	$-3{,}75$	-3	0	5

2) Placer chaque point correspondant aux valeurs calculées précédemment dans le repère ci-contre, puis tracer la courbe représentative de f.



EXERCICE 6 : (5pt) On considère les fonctions $f(x) = 2x-4$ et $g(x) = -x^2+6x-8$, définies sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, les deux courbes représentatives de ces fonctions.

1) Calculer $f(2)$.

Solution : On calcule :

$$f(2) = 2\times 2-4 = 4-4 = 0$$

2) Calculer l'image de -2 par g.

Solution : On calcule :

$$g(-2) = -2^2+6\times 2-8 = -4-12-8 = -24$$

3) Calculer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 5.

Solution : Il faut calculer $f(5)$:

$$f(5) = 2\times 5-4 = 6$$

Le point de d'abscisse 5 a 6 pour ordonnée.

4) Est-ce que le point de coordonnées $(3,5;0,5)$ appartient à $\mathscr{C}_g$? Justifier votre réponse.
Solution : On calcule l'image de 3,5 par la fonction g :

$$g(3,5) = -3,5^2 + 6 \times 3,5 - 8 = -12,25 + 21 - 8 = 0,75$$

L'image de 3,5 par g n'étant pas 0,5, le point n'est pas sur la courbe $\mathscr{C}_g$.

5) Déterminer le ou les antécédents éventuels de 4 par la fonction f.
Solution : On cherche les antécédents de 4 par f. On obtient :

$$\begin{aligned} f(x) = 4 &\Leftrightarrow 2x - 4 = 4 \\ &\Leftrightarrow 2x = 8 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

6) Déterminer l'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
Solution : On cherche les antécédents de 0 par f. On obtient :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 4 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

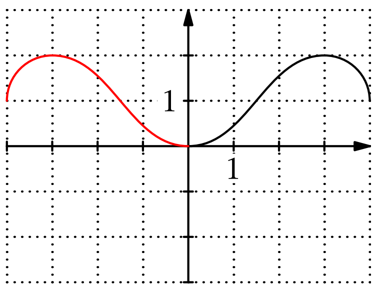
L'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisse est le point $(2;0)$.

7) Démontrer que $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent sur l'axe des abscisses.
Solution : Il faut calculer l'image de 2 par g :

$$g(2) = -2^2 + 6 \times 2 - 8 = -4 + 12 - 8 = 0$$

La courbe $\mathscr{C}_g$ passe également par $(2;0)$. Les deux courbes se coupent donc sur l'axe des abscisses.

Exercice 7 : (1,5pt)

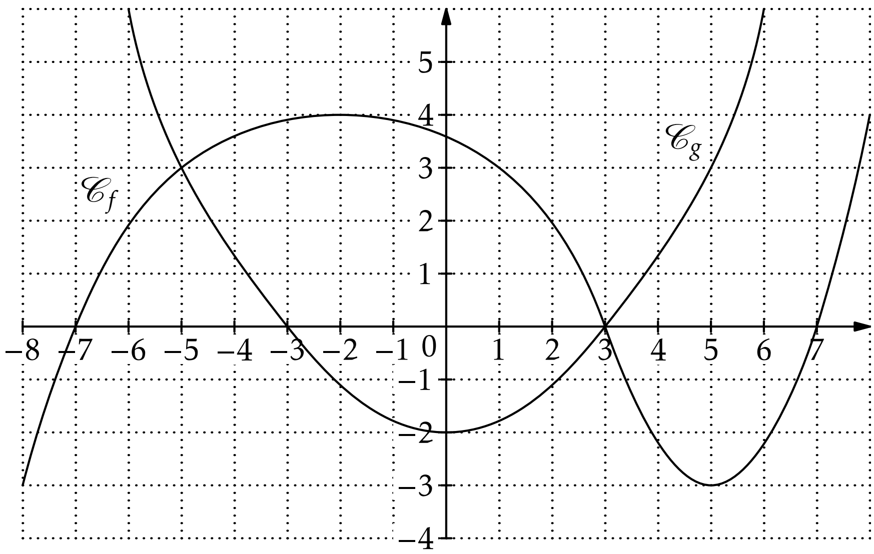


1) On considère la fonction f dont une partie de la courbe est tracée ci-contre. Sachant que la fonction f est paire, tracer la courbe sur l'intervalle $[-4;0]$.

2) Si la fonction h est impaire et $h(-4) = 7$, alors $h(4) = -7$.

Exercice 8 : (2pt) On a représenté les courbes des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.

Déterminer les solutions des (in)équations suivantes par lecture graphique.



1) $f(x) = g(x)$
Solution : $\mathcal{S} = \{-5; 3\}$

2) $f(x) > 0$
Solution :
$\mathcal{S} =]-7; 3[\cup]7; +\infty[$

3) $g(x) \leq 2$
Solution : $\mathcal{S} = [-4{,}5; 4{,}5]$

4) $g(x) = 0$
Solution : $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$