# Devoir surveillé n°8 – Correction

## *Vecteurs et coordonnées*

**Exercice 1 :** (2pt) Dans le repère orthonormé (O,I,J) du plan, on considère les points :

$$A(2;-3)\ ,\ \ B(5;-1)\ ,\ \ M(x;1)$$

Déterminer la valeur de $x$ pour que les points A, B et M soient alignés.

**Solution :**

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-2\\-1+3\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix},\quad \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\1+3\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\4\end{pmatrix}$$

Puisque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires alors on a :

$$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = 0 \Leftrightarrow 2(x-2) - 3\times 4 = 0 \Leftrightarrow x = 8$$

**Exercice 2 :** (2pt) On considère un triangle ABC et les poins M et N tels que

$$\overrightarrow{AM} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MN} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{BC}$$

1) Montrer que $\overrightarrow{AN} = \dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AC}$

**Solution :**

En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AN} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}\\ &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\\ &= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})\\ &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

2) Que peut-on en conclure sur les points A, C et N.

**Solution :**

Les vecteurs $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et donc les points A,C et N sont alignés.

## *Fonctions de référence*

**Exercice 3 :** (4pt)

1) Déterminer un encadrement de $x^2$ dans chacun des cas :

a) $4 \le x \le 7$ b) $-6 \le x \le -2$ c) $-5 \le x \le 3$

**Solution :**

a) $16 \le x^2 \le 49$ b) $4 \le x^2 \le 36$ c) $0 \le x^2 \le 25$

2) Déterminer un encadrement de $\frac{1}{x}$ dans chacun des cas :

a) $4 \leq x \leq 7$

b) $-6 \leq x \leq -2$

**Solution :**

a) $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{6}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes. On donnera les solutions à l'aide d'intervalles.

a) $x^2 \geq 4$

b) $\frac{1}{x} < -7$

c) $\sqrt{x} \leq \sqrt{5}$

**Solution :**

a) $\mathcal{S} = ]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$

b) $\mathcal{S} = \left]-\frac{1}{7};0\right[$

c) $\mathcal{S} = [0;5]$

---

## *Équations*

---

**Exercice 4 :** (3pt) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $4x - 3 = 2x + 9$.
2) $8 - (3x + 2) = 5x - 5$.
3) $7 + 2(3 - x) = 4x - 1$.

**Solution :**

1)

$$\begin{aligned} 4x - 3 = 2x + 9 &\Leftrightarrow 4x - 2x = 9 + 3 \\ &\Leftrightarrow 2x = 12 \\ &\Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{6\}$.

2)

$$\begin{aligned} 8 - (3x + 2) = 5x - 5 &\Leftrightarrow 8 - 3x - 2 = 5x - 5 \\ &\Leftrightarrow 6 - 3x = 5x - 5 \\ &\Leftrightarrow -5x - 3x = -5 - 6 \\ &\Leftrightarrow -8x = -11 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{11}{8} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{\frac{11}{8}\}$.

3)

$$\begin{aligned} 7 + 2(3 - x) = 4x - 1 &\Leftrightarrow 7 + 6 - 2x = 4x - 1 \\ &\Leftrightarrow 13 - 2x = 4x - 1 \\ &\Leftrightarrow -4x - 2x = -1 - 13 \\ &\Leftrightarrow -6x = -14 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{14}{6} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{\frac{7}{3}\}$.

**Exercice 5 :** (2pt) Factoriser les expressions suivantes :

1) $A = (4x-5)^2 - 16$
2) $B = 9x^2 - 24x + 16$

**Solution :**

1) $A = (4x-5)^2 - 16$

$$\begin{aligned} A &= (4x-5)^2 - 16 \\ &= (4x-5)^2 - 4^2 \\ &= (4x-5+4)(4x-5-4) \\ &= (4x-1)(4x-9) \end{aligned}$$

2) $B = 9x^2 - 24x + 16$

$$\begin{aligned} B &= 9x^2 - 24x + 16 \\ &= (3x)^2 - 2\times(3x)\times 4 + 4^2 \\ &= (3x-4)^2 \end{aligned}$$

**Exercice 6 :** (7pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(3x-1)(5x+4) = 0$.

   **Solution :** On résout :

$$\begin{aligned} (3x-1)(5x+4) = 0 &\Leftrightarrow 3x-1 = 0 \text{ ou } 5x+4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x = 1 \text{ ou } 5x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

   Donc $\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{5};\frac{1}{3}\right\}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(3x-2)^2 - (3x-2)(4x-5) = 0$.

   **Solution :** On résout :

$$\begin{aligned} (3x-2)^2 - (3x-2)(4x-5) = 0 &\Leftrightarrow (3x-2)\left((3x-2)-(4x-5)\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3x-2)(3x-2-4x+5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3x-2)(-x+3) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x-2 = 0 \text{ ou } -x+3 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x = 2 \text{ ou } -x = -3 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

   Donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{3};3\right\}$

3) Résoudre l'équation $\dfrac{9x+4}{6-x} = 0$.

   **Solution :**
   Pour que l'équation ait une solution, il faut avoir $6-x \neq 0$ et donc $x \neq 6$.
   Il faut donc résoudre l'équation sur $\mathbb{R}\backslash\{6\}$.
   Sur $\mathbb{R}\backslash\{6\}$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{9x+4}{6-x} &\Leftrightarrow 9x+4=0 \\ &\Leftrightarrow 9x=-4 \\ &\Leftrightarrow x=-\frac{4}{9} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S}=\left\{-\frac{4}{9}\right\}$

4) Résoudre l'équation $\frac{4x-5}{3x-4}=2$.

**Solution :** Pour que l'équation ait une solution, il faut avoir $3x-4\neq 0$ et donc $x\neq\frac{4}{3}$.

Il faut donc résoudre l'équation sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{4}{3}\right\}$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{4x-5}{3x-4}=2 &\Leftrightarrow 4x-5=2(3x-4) \\ &\Leftrightarrow 4x-5=6x-8 \\ &\Leftrightarrow 4x-6x=-8+5 \\ &\Leftrightarrow -2x=-3 \\ &\Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

5) Résoudre l'équation $\frac{(2x-1)(5-3x)}{2x+7}=0$.

**Solution :** Pour que l'équation ait une solution, il faut avoir $2x+7\neq 0$ et donc $x\neq\frac{-7}{2}$.

Il faut donc résoudre l'équation sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{7}{2}\right\}$.

Sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{7}{2}\right\}$, on a :

$$\begin{aligned} (2x-1)(5-3x)=0 &\Leftrightarrow 2x-1=0 \text{ ou } 5-3x=0 \\ &\Leftrightarrow 2x=1 \text{ ou } -3x=-5 \\ &\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{5}{3} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S}=\left\{\frac{5}{3};\frac{1}{2}\right\}$