**Lycée Les 3 Sources** **Bourg-Lès-Valence**
**Mathématiques 2$^{de}$** Année **2025-26**

# Devoir surveillé n°9 – Correction

**Nom :**
**Prénom :**

**Exercice 1 :** (6pt)

1) Compléter en justifiant le tableau de signes ci-dessous:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{4}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $3x-4$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau, l'inéquation suivante :$(4-3x)(8x+1) \leq 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{8}$ | | $\frac{4}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4-3x$ | | $+$ | \| | $+$ | 0 | $-$ | |
| $8x+1$ | | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | |
| $(4-3x)(8x+1)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

**Solution :**
D'après le tableau de signes :

$$\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{1}{8}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$$

3) Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+5}{2x-3}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f$.
**Solution :**
La fonction est définie lorsque le dénominateur est non nul :

$$2x - 3 \neq 0.$$

On résout :

$$2x \neq 3$$
$$x \neq \frac{3}{2}.$$

Donc l'ensemble de définition est :

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

b) Compléter en justifiant le tableau de signes suivant.

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+5$ | | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | |
| $2x-3$ | | $-$ | \| | $-$ | 0 | $+$ | |
| $\frac{x+5}{2x-3}$ | | $+$ | 0 | $-$ | \|\| | $+$ | |

c) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

**Solution :**

D'après le tableau de signes, les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ sont :

$$\mathcal{S} = ]-\infty;-5] \cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$$

**Exercice 2 :** (4pt) Soit E un ensemble d'issues possibles à l'occasion d'une expérience aléatoire :

$$\mathrm{E} = \{1;2;3;4;5;6;7\}.$$

Les sept événements élémentaires sont équiprobables.
On considère les événements

$$\mathrm{A} = \{1;4\}, \qquad \mathrm{B} = \{2;3;4\}, \qquad \mathrm{C} = \{1;5;6;7\}.$$

1. Calculer les probabilités suivantes :

$$\mathrm{P(A)}, \quad \mathrm{P(B)}, \quad \mathrm{P(C)}, \quad \mathrm{P(A \cap B)}, \quad \mathrm{P(A \cup C)}, \quad \mathrm{P(\overline{A})}, \quad \mathrm{P(\overline{B})}.$$

**Solution :** Les 7 issues élémentaires sont équiprobables, donc chaque issue a pour probabilité :

$$\frac{1}{7}$$

L'événement A contient 2 issues.

$$\mathrm{P(A)} = \frac{2}{7}$$

L'événement B contient 3 issues.

$$\mathrm{P(B)} = \frac{3}{7}$$

L'événement C contient 4 issues.

$$\mathrm{P(C)} = \frac{4}{7}$$

L'léments communs à A et B est :

$$A \cap B = \{4\}$$

Cet événement contient 1 issues.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

On réunit les éléments de A et C :

$$A \cup C = \{1;4;5;6;7\}$$

Cet événement contient 5 issues.

$$P(A \cup C) = \frac{5}{7}$$

L'événement contraire de A est :

$$\overline{A} = \{2;3;;5;6;7\}$$

Il contient 5 issues.

$$P(\overline{A}) = \frac{5}{7}$$

L'événement contraire de B est :

$$\overline{B} = \{1;5;6;7\}$$

Il contient 4 issues.

$$P(\overline{B}) = \frac{4}{7}$$

2. Calculer $p(A \cup B)$ de deux façons.
   **Solution :**
   **Première méthode : dénombrement direct**
   On détermine :

$$A \cup B = \{1;2;3;4\}$$

Cet événement contient 4 issues.

$$P(A \cup B) = \frac{4}{7}$$

**Deuxième méthode : formule des probabilités**
On utilise la formule :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Donc :

$$P(A \cup B) = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} - \frac{1}{7}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{7}$$

**Exercice 3 :** (2pt) Compléter la loi de probabilité suivante (autrement dit : déterminer $x$) et en déduire la probabilité d'avoir une valeur supérieure ou égale à 3.

| Valeur | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,15 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | $x$ |

**Solution :** La somme des probabilités d'une loi de probabilité est égale à 1.
On a donc :

$$0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}3 + x = 1$$

$$0{,}85 + x = 1$$

$$x = 1 - 0{,}85$$

$$x = 0{,}15$$

La loi de probabilité complétée est donc :

| Valeur | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,15 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,15 |

Probabilité d'obtenir une valeur supérieure ou égale à 3
On calcule :

$$P(X \leq 3) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$$

$$P(X \geq 3) = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}155$$

$$P(X \geq 3) = 0{,}75$$

**Exercice 4 :** (4pt) On a une urne contenant 6 boules : 2 vertes, 1 jaunes et 3 rouge.
On notera :

V : « tirer une boule verte »,

J : « tirer une boule jaune »,

R : « tirer une boule rouge ».

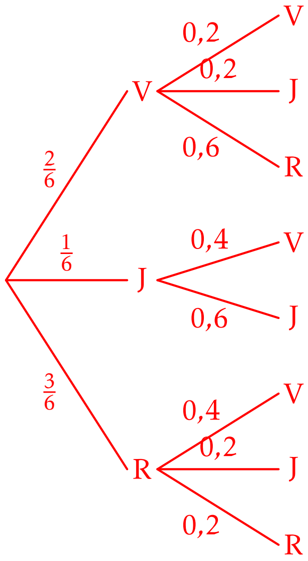
On va tirer deux boules sans remise.
Soient les événements suivants :

A : « tirer deux boules vertes »,

B : « tirer deux boules de même couleur ».

1. Faire un arbre pondéré.

**Solution :**




2. Donner sous forme ensembliste $\Omega$, A et B.
   **Solution :**
   L'univers est :
   $$\Omega = \{VV, VJ, VR, JV, JJ, JR, RV, RJ\}$$
   L'événement A est :
   $$A = \{VV\}$$
   L'événement B est :
   $$B = \{VV, JJ\}$$
3. Donner les probabilités de A, B et de
   C : « tirer deux boules de couleurs différentes ».
   **Solution :**
   $$P(A) = P(VV) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$
   $$P(B) = P(VV) + P(JJ)$$
   Or :
   $$P(JJ) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$
   Donc :
   $$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$
   On note :
   C : « tirer deux boules de couleurs différentes »
   L'événement C est le contraire de B, donc :
   $$P(C) = 1 - P(B)$$
   $$P(C) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

**Exercice 5 :** (4pt)
Dans la classe de $2^{nde}6$, il y a 36 élèves dont 16 filles, le reste sont des garçons. Il y a 20 germanistes (dont 8 garçons), le reste étudie l'italien.

1) Compléter le tableau ci-dessous.

| | Filles | Garçons | Total |
|---|---|---|---|
| Allemand | 12 | 8 | 20 |
| Italien | 4 | 12 | 16 |
| Total | 16 | 20 | 36 |

2) On sélectionne une personne au hasard et on note F et A respectivement les événements :

F : « la personne sélectionnée est une fille »

A : « la personne sélectionnée étudie l'allemand »

a) En utilisant le tableau, calculer les probabilités de A, F, $A \cap F$, $\overline{F}$ et $A \cup F$.
**Solution :**

$$P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

$$P(F) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

L'élève est une fille et étudie l'allemand.

$$P(A \cap F) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(\overline{F}) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

L'élève étudie l'allemand ou est une fille.

$$P(A \cup F) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

b) Déterminer les deux dernières probabilités en utilisant les formules du cours.
**Solution :**

$$P(\overline{F}) = 1 - P(F)$$

$$P(\overline{F}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F)$$

$$P(A \cup F) = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} - \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup F) = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$