Chapitre 13

Équations produit et quotient

I) Factorisation

Définition :

Factoriser c'est transformer une somme en produit.

Propriété :

Pour tout réels a, b, c et d, on a :

$$\begin{array}{rcl} & \xrightarrow{\text{développer}} & \\ a(b+c) & = & ab+ac \\ (a+b)(c+d) & = & ac+ad+bc+bd \\ & & \\ (a+b)^2 & = & a^2+2ab+b^2 \\ (a-b)^2 & = & a^2-2ab+b^2 \\ (a+b)(a-b) & = & a^2-b^2 \\ & \xleftarrow[\text{factoriser}]{} & \end{array}$$

Exercice 1 :

Factoriser les expressions suivantes :

1) $5x+7x^2$
2) $14x+21$
3) $5x+25x^2$
4) $(2x+3)(x-4)+(2x+3)(5-3x)$
5) $(x+5)^2-3(x+5)(2x+1)$
6) $4x^2+12x+9$
7) $(2x+7)^2-64$
8) $(x+3)^2-(3x+1)^2$

II) Résolution d'équations produit

Propriété :

Un produit est nul si, et seulement si, un de ses facteurs est nul.

$$\mathrm{A}\times\mathrm{B}=0 \quad\Leftrightarrow\quad \mathrm{A}=0 \text{ ou } \mathrm{B}=0$$

Exercice 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $(x+5)(x-3)=0$
2) $(2x+3)(5x-2)=0$
3) $2(x-3)(x+4)=0$
4) $3x(-x-1)=0$
5) $(x+5)^2-9=0$
6) $(x+3)(3x-5)-(x+3)(x-2)=0$

III) Résolution d'équations quotient

Propriété :

Un quotient est nul si, et seulement si, le numérateur est nul et le dénominateur non nul.

$$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=0 \quad\Leftrightarrow\quad \mathrm{A}=0 \text{ et } \mathrm{B}\neq 0$$

Exercice 3 :

Résoudre :

1) $\dfrac{x-1}{x+1}=0$ dans $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ 2) $\dfrac{-3x+6}{x-3}=0$ dans $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ 3) $\dfrac{2x-1}{x+1}=1$ dans $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$