Chapitre 8

Fonctions affines

I) Définition

DÉFINITION :
On dit qu'une fonction f est **affine** lorsque son expression est de la forme :

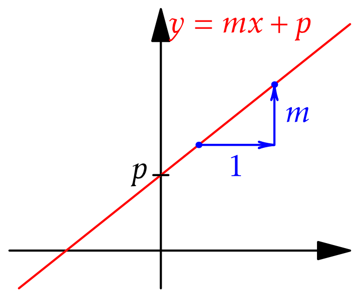
$$f(x) = mx + p$$

avec m et p deux nombres quelconques.
On dit que m est **le coefficient directeur** et p **l'ordonnée à l'origine**.

EXEMPLE :
La fonction $f : x \mapsto 4x - 5$ est une fonction affine, avec $m = 4$ et $p = -5$.
La fonction $g : x \mapsto 5x^2 + 2$ n'est pas affine, à cause du terme $5x^2$.

REMARQUE :
Si $p = 0$, on dit que f est **linéaire**.

PROPRIÉTÉ :
Dans un repère, la courbe représentative de la fonction définie par $f(x) = mx + p$ est la droite d'équation $y = mx + p$.

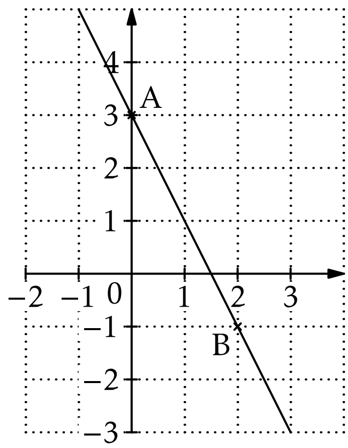


II) Tracer la représentation graphique d'une fonction affine

EXEMPLE : *Avec un tableau de valeurs*
Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 3$. Tracer la courbe représentative de f.
Solution :
On prend deux valeurs pour x et on calcule leur image.
On peut prendre $x = 0$ et alors $f(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$.
Avec $x = 2$, on a $f(2) = -2 \times 2 + 3 = -1$.
On résume ces résultats dans un tableau :

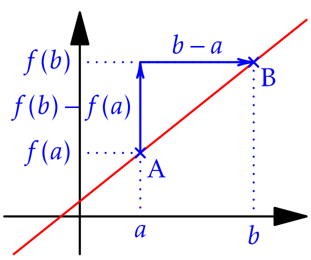
x	0	2
$f(x)$	3	-1

On place les points A(0;3) et B(2;−1) qui sont sur la courbe $\mathscr{C}_f$ et on trace la droite.

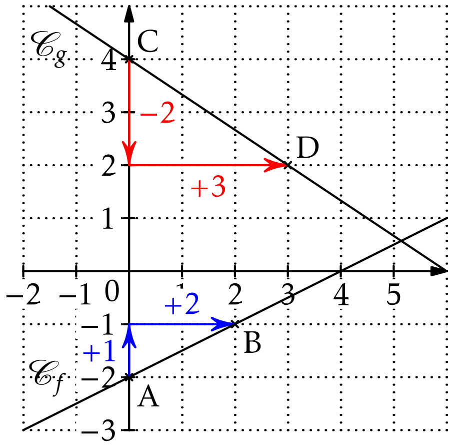


PROPRIÉTÉ :
Soit f la fonction affine définie par $f(x) = mx + p$. Quels que soient les nombres distincts a et b, on a :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\text{Variation verticale}}{\text{Variation horizontale}} = m$$



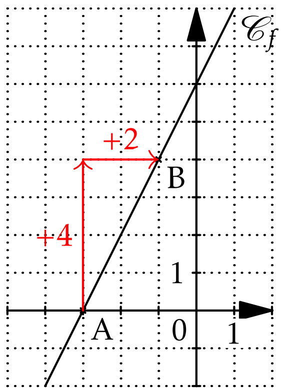
Exemple : *Avec les coefficients*



- Tracer la courbe de la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$.
  $p = -2$, donc le point A$(0;-2)$ est sur $\mathscr{C}_f$.
  Le coefficient directeur est $m = \frac{1}{2}$.
  Donc quand on monte de 1 unité, on avance de 2 unités.
  On place le point B$(2;-1)$.
  La courbe $\mathscr{C}_f$ est la droite (AB).
- Tracer la courbe de la fonction $g(x) = -\frac{2}{3}x + 4$.
  $p = 4$, donc le point C$(0;4)$ est sur $\mathscr{C}_g$.
  On a $m = \frac{-2}{3}$.
  Donc quand on descend de 2, on avance de 3.
  On place le point D$(3;2)$.
  La courbe $\mathscr{C}_g$ est la droite (CD).

III) Déterminer l'expression d'une fonction affine

Exemple : *Par lecture graphique*



Déterminer l'expression de la fonction affine f dont la courbe est représentée ci-contre.

Solution :

- On repère deux points sur la droite. Par exemple, A$(-3;0)$ et B$(-1;4)$.
- On détermine le coefficient directeur :

$$m = \frac{\text{variation des ordonnées}}{\text{variation des abscisses}} = \frac{4}{2} = 2$$

- La droite coupe l'axe des ordonnées en $p = 6$

La fonction est donc définie par $f(x) = 2x + 6$.

Exemple : *À partir des images de deux valeurs*

Soit f une fonction affine telle que $f(-2) = 3$ et $f(1) = -3$.

Solution : On calcule le coefficient directeur :

$$m = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{-3 - 3}{1 - (-2)} = \frac{-6}{3} = -2$$

On a donc $f(x) = -2x + p$.
En utilisant $x = 1$, on trouve :

$$f(1) = -3 \iff -2 \times 1 + p = -3 \iff -2 + p = -3 \iff p = -1$$

On en déduit que $f(x) = -2x - 1$.

Exercice :

Soit f une fonction affine telle que $f(3) = -4$ et $f(0) = 2$. Déterminer l'expression de f.