

Chapitre 5

Inéquations

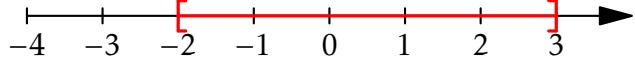
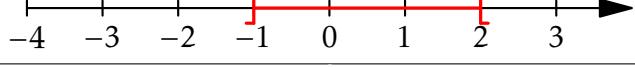
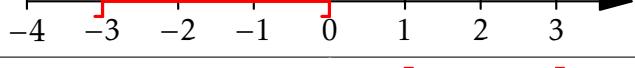
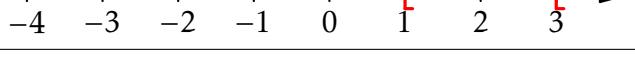
I) Intervalles

[activité 1 page 70]

♥ DÉFINITION :

Soient a et b deux réels tels que $a < b$. Les **intervalles** compris entre a et b représentent l'ensemble des réels compris entre a et b , inclus ou non.

EXEMPLES :

Ensemble des réels x tels que	Représentation	Intervalle
$-2 \leq x \leq 3$		$[-2; 3]$
$-1 < x < 2$		$] -1; 2 [$
$-3 < x \leq 0$		$] -3; 0 [$
$1 \leq x < 3$		$[1; 3[$

♥ DÉFINITION :

Si les crochets sont vers l'intérieur, on dit que l'intervalle est **fermé**, sinon on dit qu'il est **ouvert**.

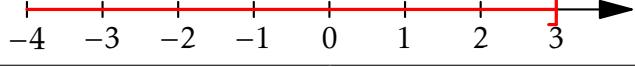
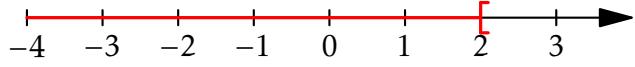
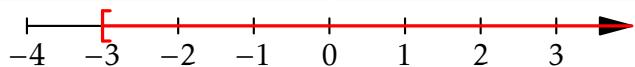
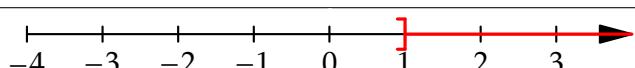
EXEMPLES :

- $[2; 3]$ est fermé
- $]2; 3[$ est ouvert
- $]2; 3]$ est ouvert en 2 et fermé en 3
- $[2; 3[$ est fermé en 2 et ouvert en 3

⚠ REMARQUE :

On peut remplacer a par $-\infty$ ou b par $+\infty$. Il faut alors ouvrir l'intervalle du côté où se trouve l'infini.

EXEMPLES :

Ensemble des réels x tels que	Représentation	Intervalle
$x \leq 3$		$]-\infty; 3]$
$x < 2$		$]-\infty; 2[$
$x \geq -3$		$[-3; +\infty[$
$x > 1$		$]1; +\infty[$

[Ex résolu 1 page 75 + ex 1 et 2]

[Ex 30, 31, 32, 34 page 78]

DÉFINITIONS :

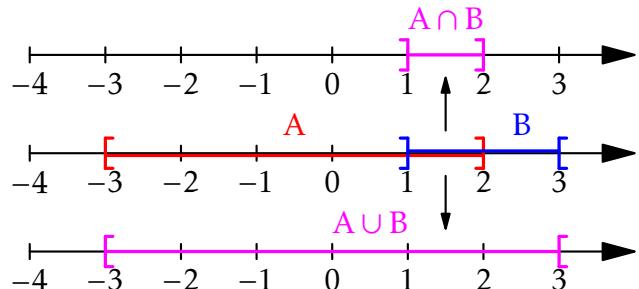
L'**intersection** de deux intervalles A et B est l'ensemble des réels qui sont dans les deux intervalles. On la note $A \cap B$.

L'**union** (ou **réunion**) de deux intervalles A et B est l'ensemble des réels qui sont dans au moins un des deux intervalles. On la note $A \cup B$.

EXEMPLE :

On pose $A = [-3; 2]$ et $B =]1; 3[$.

Alors $A \cap B =]1; 2]$ et $A \cup B = [-3; 3[$.



EXERCICE 1 :

Pour chacun des cas, déterminer l'intersection et la réunion de A et de B .

1) $A = [-1; 3]$ et $B =]0; 4[$

2) $A =]-\infty; -1]$ et $B = [1; 4]$

[Ex résolu 2 page 75 + ex 3 et 4]

[Ex 36, 37, 38 page 78]

II) Inéquations du premier degré

DÉFINITION :

Résoudre une **inéquation**, c'est trouver toutes les valeurs possible du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie. Ces valeurs sont les **solutions** de l'inéquation.

MÉTHODE :

On peut transformer une inéquation en une autre inéquation équivalente en suivant les règles suivantes :

- Si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres, on ne change pas le sens de l'inégalité.
- Si on multiplie ou divise les deux membres par un même nombre k non nul, alors :
 - si $k > 0$, alors on ne change pas le sens de l'inégalité ;
 - si $k < 0$, alors on change le sens de l'inégalité.

[Ex résolu 3 page 76, Ex 41, 42, 43 et 44 page 79]

EXEMPLE :

Résoudre $3x - 2 \geq 5$ et $-3x - 6 > 0$.

Solution :

$$3x - 2 \geq 5 \Leftrightarrow 3x \geq 7$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\mathcal{S} = \left[\frac{7}{3}; +\infty \right[$$

$$-3x - 6 > 0 \Leftrightarrow -3x > 6$$

$$\Leftrightarrow x < -2$$

$$\mathcal{S} =]-\infty; -2[$$

EXERCICE 2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes. Donner le résultat sous forme d'un intervalle.

$$1) x + 5 \geq 0$$

$$2) 4x - 1 < 7$$

$$3) -3x + 2 \leq 6$$

$$4) 4x + 1 > 9x - 7$$

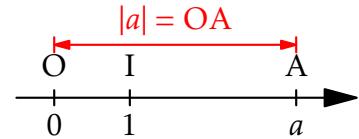
[Ex résolu 4 + 7 et 8 page 76]

[Ex 49, 50, 51, 52, 53 page 79]

III) Valeur absolue

DÉFINITION :

Soit A un point d'abscisse a sur une droite graduée d'origine O. On définit la **valeur absolue** de a par : $|a| = OA$.



PROPRIÉTÉ :

Pour tout réel a , on a :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

EXEMPLE :

On a :

$$\bullet |5| = 5 \quad \bullet |-5| = -(-5) = 5 \quad \bullet |-1,242| = -(-1,242) = 1,242$$

PROPRIÉTÉ :

Pour tout réel a , $\sqrt{a^2} = |a|$.

DÉFINITION :

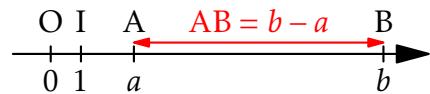
Soient A et B deux points sur une droite graduée, d'abscisse respectif a et b . On appelle **distance entre a et b** la distance AB.

PROPRIÉTÉ :

Soient A et B deux points sur une droite graduée, d'abscisse respectif a et b . Alors :

$$\bullet \text{ Si } a \geq b, AB = a - b.$$

$$\bullet \text{ Si } a < b, AB = b - a.$$



💡 **PROPRIÉTÉ :**

La distance entre deux nombres a et b est $|a - b|$.

❓ **EXERCICE 3 :**

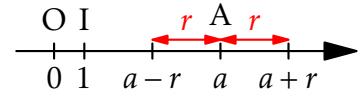
⚡ Déterminer la distance entre les nombres suivants :

1) 3 et 7. 2) 11 et 2. 3) -9 et 4. 4) -7 et -4.

💡 **PROPRIÉTÉ :**

Soient a un réel et r un réel strictement positif. Alors :

$$x \in [a - r; a + r] \Leftrightarrow a - r \leq x \leq a + r \Leftrightarrow |x - a| \leq r$$



On dit que a est le **centre** de l'intervalle et r son **rayon**.

❓ **EXERCICE 4 :**

⚡ Compléter les équivalences suivantes :

1) $x \in [10; 20] \Leftrightarrow \leq$	2) $x \in [7,2; 8,8] \Leftrightarrow \leq$
3) $x \in [-12; -8] \Leftrightarrow \leq$	4) $ x - 4 \leq 3 \Leftrightarrow x \in [...; ...]$
5) $ x - 8 \leq 10 \Leftrightarrow x \in [...; ...]$	6) $ x + 2 \leq 1 \Leftrightarrow x \in [...; ...]$