

Exercices de développement-géométrie

? **EXERCICE 1 :**

~ Développer et réduire les expressions suivantes.

~ $A = (x \times 3)(7x + 7)$

~ $B = -4x + 4(-7x + 3)$

~ $C = 3x + (3x + 10)(-x - 10)$

~ $D = 8 - (10x + 4)(4x + 5)$

~ $E = -4(7x - 10) - (-7 - 11x)$

? **EXERCICE 2 :**

~ Développer puis réduire les expressions littérales suivantes.

~ $A = (-2y + 4)^2 + (y - 2)^2$

~ $B = (2x - 5)^2 + (-2x + 2)^2$

~ $C = (-2x + 3)^2 + (2x - 1)^2$

~ $D = (-5x + 2)^2 + (5x + 5)^2$

~ $E = (-y + 4)^2 + (5y - 2)^2$

? **EXERCICE 3 :**

~ Développer puis réduire les expressions littérales suivantes.

~ $A = \left(\frac{2}{5}a + 4\right)^2 + \left(-\frac{a}{7} - 1\right)^2$

~ $B = \left(\frac{2}{3}b + 1\right)^2 + \left(\frac{2}{5}b + 1\right)^2$

~ $C = \left(\frac{6}{7}z - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{5}z + 4\right)^2$

~ $D = \left(-\frac{3}{7}a - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{7}a - 2\right)^2$

? **EXERCICE 4 :**

~ 1. RSTU est un rectangle tel que RS = 36 cm et RT = 85 cm.

~ Calculer ST.

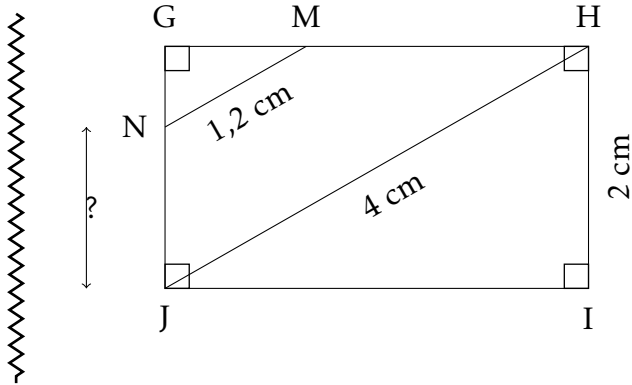
~ 2. FGHI est un parallélogramme de centre O tel que FO = 14 cm, FG = 53 cm et GO = 48 cm.

~ FGHI est-il un losange?

? **EXERCICE 5 :**

~ Sur la figure ci-dessous GHIJ est un rectangle et (MN) est parallèle à la diagonale (HJ).

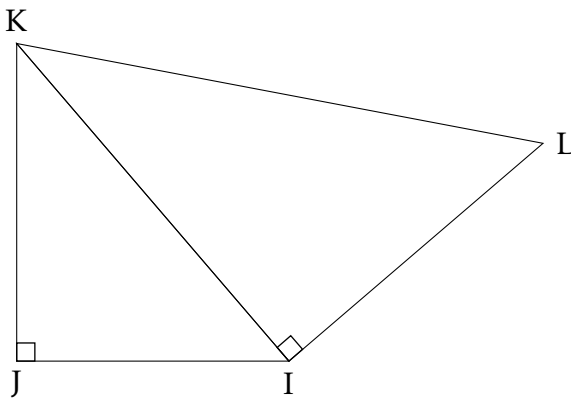
~ Calculer la longueur JN au millimètre près.



? EXERCICE 6 :

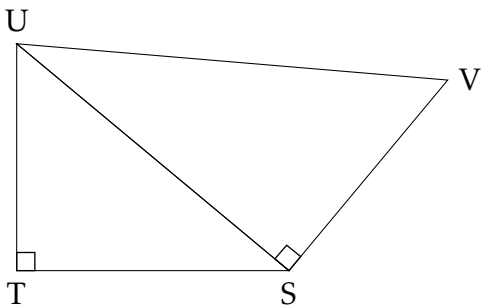
Calculer la mesure de tous les angles de cette figure.

1.



On a $JI = 6 \text{ cm}$, $IL = 7,4 \text{ cm}$ et $\widehat{IKJ} = 41^\circ$.

2.



On a $TS = 6 \text{ cm}$, $SV = 5,5 \text{ cm}$ et $\widehat{TSU} = 40^\circ$.

Exercices de développement-géométrie- correction

$$\begin{aligned} A &= (x \times 3)(7x + 7) \\ &= 3x \times (7x + 7) \\ &= 21x^2 + 21x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -4x + 4(-7x + 3) \\ &= -4x - 28x + 12 \\ &= -32x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3x + (3x + 10)(-x - 10) \\ &= 3x - 3x^2 - 30x - 10x - 100 \\ &= -3x^2 - 37x - 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 8 - (10x + 4)(4x + 5) \\ &= 8 - (40x^2 + 50x + 16x + 20) \\ &= 8 - 40x^2 - 50x - 16x - 20 \\ &= -40x^2 - 66x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= -4(7x - 10) - (-7 - 11x) \\ &= -28x + 40 - (-7 - 11x) \\ &= -28x + 40 + 7 + 11x \\ &= -17x + 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (-2y + 4)^2 + (y - 2)^2 \\ &= ((-2y)^2 + 2 \times (-2y) \times 4 + 4^2) + ((y)^2 + 2 \times (y) \times (-2) + (-2)^2) \\ &= 4y^2 - 16y + 16 - 4y + y^2 + 4 \\ &= (4y^2 + y^2) + (-16y - 4y) + (16 + 4) \\ &= 5y^2 - 20y + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (2x - 5)^2 + (-2x + 2)^2 \\ &= ((2x)^2 + 2 \times (2x) \times (-5) + (-5)^2) + ((-2x)^2 + 2 \times (-2x) \times 2 + 2^2) \\ &= 4x^2 - 20x + 25 + 4x^2 - 8x + 4 \\ &= (4x^2 + 4x^2) + (-20x - 8x) + (25 + 4) \\ &= 8x^2 - 28x + 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (-2x + 3)^2 + (2x - 1)^2 \\ &= ((-2x)^2 + 2 \times (-2x) \times 3 + 3^2) + ((2x)^2 + 2 \times (2x) \times (-1) + (-1)^2) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 + 4x^2 - 4x + 1 \\ &= (4x^2 + 4x^2) + (-12x - 4x) + (9 + 1) \\ &= 8x^2 - 16x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (-5x + 2)^2 + (5x + 5)^2 \\ &= ((-5x)^2 + 2 \times (-5x) \times 2 + 2^2) + ((5x)^2 + 2 \times (5x) \times 5 + 5^2) \\ &= 25x^2 - 20x + 4 + 25x^2 + 50x + 25 \\ &= (25x^2 + 25x^2) + (-20x + 50x) + (4 + 25) \\ &= 50x^2 + 30x + 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= (-y+4)^2 + (5y-2)^2 \\
&= \left((-y)^2 + 2 \times (-y) \times 4 + 4^2 \right) + \left((5y)^2 + 2 \times (5y) \times (-2) + (-2)^2 \right) \\
&= -8y + y^2 + 16 + 25y^2 - 20y + 4 \\
&= (y^2 + 25y^2) + (-8y - 20y) + (16 + 4) \\
&= 26y^2 - 28y + 20
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{2}{5}a + 4\right)^2 + \left(-\frac{a}{7} - 1\right)^2 \\
&= \left(\left(\frac{2a}{5}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{2a}{5}\right) \times 4 + 4^2 \right) + \left(\left(-\frac{a}{7}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{a}{7}\right) \times (-1) + (-1)^2 \right) \\
&= \frac{4a^2}{25} + \frac{16a}{5} + 16 + \frac{2a}{7} + \frac{a^2}{49} + 1 \\
&= \left(\frac{4a^2}{25} + \frac{a^2}{49} \right) + \left(\frac{16a}{5} + \frac{2a}{7} \right) + (16 + 1) \\
&= \frac{221}{1225}a^2 + \frac{122}{35}a + 17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{2}{3}b + 1\right)^2 + \left(\frac{2}{5}b + 1\right)^2 \\
&= \left(\left(\frac{2b}{3}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{2b}{3}\right) \times 1 + 1^2 \right) + \left(\left(\frac{2b}{5}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{2b}{5}\right) \times 1 + 1^2 \right) \\
&= \frac{4b^2}{9} + \frac{4b}{3} + 1 + \frac{4b^2}{25} + \frac{4b}{5} + 1 \\
&= \left(\frac{4b^2}{9} + \frac{4b^2}{25} \right) + \left(\frac{4b}{3} + \frac{4b}{5} \right) + (1 + 1) \\
&= \frac{136}{225}b^2 + \frac{32}{15}b + 2
\end{aligned}$$

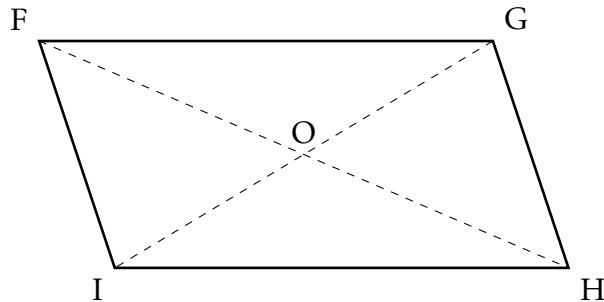
$$\begin{aligned}
C &= \left(\frac{6}{7}z - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{5}z + 4\right)^2 \\
&= \left(\left(\frac{6z}{7}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{6z}{7}\right) \times (-1) + (-1)^2 \right) + \left(\left(\frac{3z}{5}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{3z}{5}\right) \times 4 + 4^2 \right) \\
&= \frac{36z^2}{49} - \frac{12z}{7} + 1 + \frac{9z^2}{25} + \frac{24z}{5} + 16 \\
&= \left(\frac{36z^2}{49} + \frac{9z^2}{25} \right) + \left(-\frac{12z}{7} + \frac{24z}{5} \right) + (1 + 16) \\
&= \frac{1341}{1225}z^2 + \frac{108}{35}z + 17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= \left(-\frac{3}{7}a - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{7}a - 2\right)^2 \\
&= \left(\left(-\frac{3a}{7}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{3a}{7}\right) \times (-4) + (-4)^2 \right) + \left(\left(\frac{5a}{7}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{5a}{7}\right) \times (-2) + (-2)^2 \right) \\
&= \frac{9a^2}{49} + \frac{24a}{7} + 16 + \frac{25a^2}{49} - \frac{20a}{7} + 4 \\
&= \left(\frac{9a^2}{49} + \frac{25a^2}{49} \right) + \left(\frac{24a}{7} - \frac{20a}{7} \right) + (16 + 4) \\
&= \frac{34}{49}a^2 + \frac{4}{7}a + 20
\end{aligned}$$

1. RSTU est un rectangle donc il possède 4 angles droits. Le triangle SRT est rectangle en S donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned}
 RT^2 &= SR^2 + ST^2 \\
 \text{D'où } SR^2 &= RT^2 - ST^2. \\
 SR^2 &= 85^2 - 36^2 \\
 SR^2 &= 7\,225 - 1\,296 \\
 SR^2 &= 5\,929 \\
 SR &= \sqrt{5\,929} \text{ cm} \\
 \text{Donc } SR &= \mathbf{77 \text{ cm.}}
 \end{aligned}$$

2.



Dans le triangle FOG, le plus grand côté est [FG].

$$FG^2 = 53^2 = 2\,809$$

$$FO^2 + OG^2 = 14^2 + 48^2 = 2\,500$$

On constate que $FG^2 \neq FO^2 + OG^2$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc FOG n'est pas un triangle rectangle.

Si FGHI était un losange alors ses diagonales devraient être perpendiculaires et FOG devrait être un triangle rectangle.

Finalement, comme FOG n'est pas un triangle rectangle, alors FGHI **n'est pas un losange**.

Dans le triangle GHJ, M est un point de [GH], N est un point de [GJ] et (MN) est parallèle à (HJ) donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{GM}{GH} = \frac{GN}{GJ} = \frac{MN}{HJ}$$

$$\frac{GM}{GH} = \frac{GN}{2} = \frac{1,2}{4}$$

$$GN = \frac{2 \times 1,2}{4} = 0,6 \text{ cm}$$

Les points G, N et J sont alignés dans cet ordre donc $NJ = GJ - GN = 2 - 0,6 = 1,4 \text{ cm}$.

1. KJI est rectangle en J.

$$\text{Donc } \sin(\widehat{IKJ}) = \frac{JI}{IK}$$

$$\text{Soit } \sin(41^\circ) = \frac{6}{IK}$$

$$IK = \frac{6}{\sin(41^\circ)} \approx 9,1 \text{ cm.}$$

KIL est rectangle en I.

$$\tan(\widehat{IKL}) = \frac{IL}{IK}$$

$$\text{Soit } \tan(\widehat{IKL}) \approx \frac{7,4}{9,1}$$

$$\widehat{IKL} \approx \arctan\left(\frac{7,4}{9,1}\right) \approx \mathbf{39^\circ}.$$

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc $\widehat{JIK} = 180^\circ - 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$.

De même, $\widehat{KLI} \approx 180^\circ - 90^\circ - 39^\circ$ et donc $\widehat{KLI} \approx 51^\circ$.

2. UTS est rectangle en T.

$$\text{Donc } \cos(\widehat{TSU}) = \frac{TS}{SU}$$

$$\text{Soit } \cos(40^\circ) = \frac{6}{SU}$$

$$SU = \frac{6}{\cos(40^\circ)} \approx 7,8 \text{ cm.}$$

USV est rectangle en S.

$$\text{Donc } \tan(\widehat{SUV}) = \frac{SV}{SU}$$

$$\text{Soit } \tan(\widehat{SUV}) \approx \frac{5,5}{7,8}$$

$$\widehat{SUV} \approx \arctan\left(\frac{5,5}{7,8}\right) \approx 35^\circ.$$

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc $\widehat{TUS} = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

De même, $\widehat{UVS} \approx 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ$ et donc $\widehat{UVS} \approx 55^\circ$.